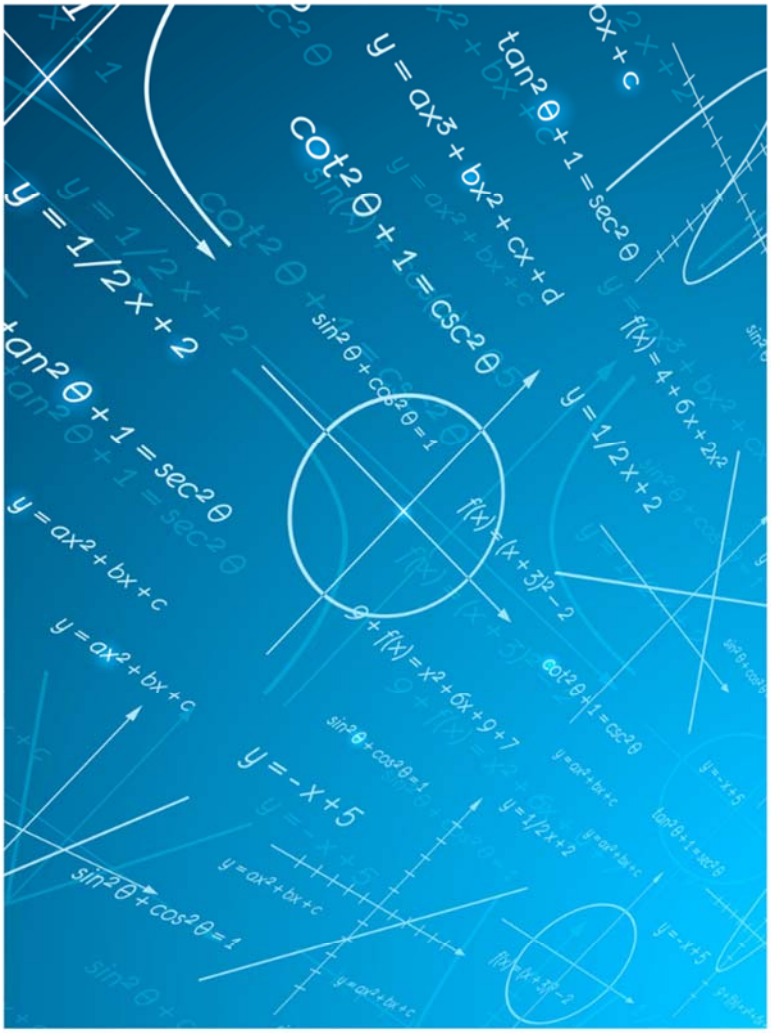
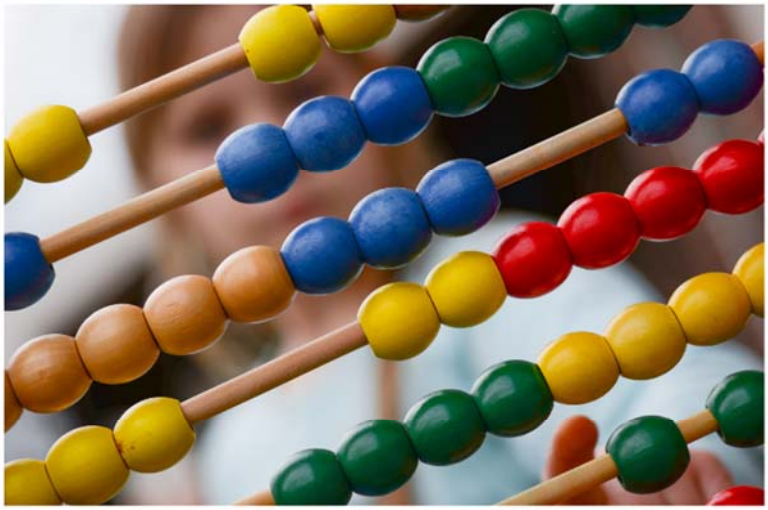
Série Educar

Matemática





Editora Poisson

Volume 17

Ano 2020

Editora Poisson
(organizadora)

Série Educar - Volume 17
Matemática

1ª Edição

Belo Horizonte
Poisson
2020

Editor Chefe: Dr. Darly Fernando Andrade

Conselho Editorial
Dr. Antônio Artur de Souza – Universidade Federal de Minas Gerais
Ms. Davilson Eduardo Andrade
Dra. Elizângela de Jesus Oliveira – Universidade Federal do Amazonas
Msc. Fabiane dos Santos
Dr. José Eduardo Ferreira Lopes – Universidade Federal de Uberlândia
Dr. Otaviano Francisco Neves – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Dr. Luiz Cláudio de Lima – Universidade FUMEC
Dr. Nelson Ferreira Filho – Faculdades Kennedy
Ms. Valdiney Alves de Oliveira – Universidade Federal de Uberlândia

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

E24
Série Educar- Volume 17 – Matemática/ Organização: Editora Poisson Belo Horizonte–MG: Poisson, 2020

Formato: PDF
ISBN: 978-65-86127-09-6
DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6

Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia

1. Educação 2. Matemática 3. Formação Docente I. Título

CDD-370

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos seus respectivos autores

www.poisson.com.br

contato@poisson.com.br

SUMÁRIO

Capítulo 1: Formação inicial de professor: Reflexões sobre a prática docente sob a perspectiva de ser um professor-pesquisador 08

Renan de Souza Tavares, Douglas Willian Nogueira de Souza, Amanda Siegloch, Pedro Thiago Ferreira Marques, Biatriz Gomis Nogueira Neta, Agelson Barros Façanha

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.01

Capítulo 2: Projetos escolares: Espaços de formação inicial de professores de matemática 16

Daniel Alves de Oliveira Silva, João Paulo Souza Silva Macedo, Guilherme Tavares de Sousa, Dáffny Lorrany Rodrigues dos Santos

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.02

Capítulo 3: Residência Pedagógica: Novas perspectivas para formação de professores 21

Patrícia Silvério da Silva Celedonio, Deive Barbosa Alves, Gildemberg da Cunha Silva

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.03

Capítulo 4: Monitorias de Matemática: Algumas implicações para iniciação à docência 27

Lucas Pereira de Araújo, Fernando Araújo de França, Maycon Brendo Rodrigues Moura

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.04

Capítulo 5: Trabalhando com alguns padrões numéricos da Aritmética Pitagórica: Significados produzidos por professores 33

Lucca Jeveaux Oliveira Bonatto, Rodolfo Chaves, Alexandre Krüger Zocolotti, Tiago Magno de Souza Dutra

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.05

Capítulo 6: Jogos matemáticos: Uma experiência com os alunos do Ensino Fundamental através do Programa Institucional Residência Pedagógica 44

Priscila Miranda Engelhardt, Aline Walter Reculiano Fagundes, Claudemir Miranda Barboza, Léia Ferreira Sampaio

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.06

Capítulo 7: O jogo ludo para ensinar estatística no Ensino Médio 52

Hugo Silva Chacon, Helenice Lopes Barbosa, Emanuel Gomes Lourenço

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.07

SUMÁRIO

Capítulo 8: Curso de matemática básica ofertado para estudantes de uma Universidade Pública do Paraná: Avaliação dos resultados de um semestre 58

Tereza Rachel Mafioleti, Daniana de Costa, Mayara Cristina Pereira Yamanoe

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.08

Capítulo 9: O ensino de probabilidade via conceito de medida 66

Diego Dutra Zontini, Maikon Luiz Mirkoski

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.09

Capítulo 10: Futurama vai à feira (de Matemática): Experimentos com permutações e o Teorema de Keeler 85

Pedro Tonini Rosenberg Schneider, Pedro Meireles Freire, Luiza Pinheiro Cossetti, Nícolas Martins de Menezes, Claudia Alessandra Costa de Araujo Lorenzoni, Gilberto de Mello Guerra Junior

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.10

Capítulo 11: Material didático manipulável possibilitando a aprendizagem significativa no Estudo da Função Afim 91

Elvira Carmen Farias Agra Leite, Cicero da Silva Pereira, Luís Havelange Soares

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.11

Capítulo 12: Laboratório de Ensino da Matemática do Moreno (LEMAM): Relato de uma experiência que deu certo 98

Valdilene Maria Rodrigues da Silva, Flavia Gomes Silva do Nascimento, Airton Temístocles Gonçalves de Castro

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.12

Capítulo 13: A criação de pequenos estabelecimentos comerciais fictícios como recurso no processo de aprendizagem dos números decimais para o 6º Ano do Ensino Fundamental 105

Aparecida Claudilene da Costa Souza, Cláudia Landin Negreiros, Marta Ferreira Marcelo

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.13

SUMÁRIO

Capítulo 14: Os registros de representação semiótica como colaborador para com a geometria na Educação Básica 111

Teylane França Lemos, Sanya Sousa Cardoso, Deive Barbosa Alves

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.14

Capítulo 15: O uso de Origamis no ensino de geometria no 6º ano 119

Janice Maria Calestini, Débora Bezerra Linhares Libório

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.15

Capítulo 16: Dois modelos para o cálculo de distâncias: O uso da régua, do transferidor e do Geogebra 126

Luciana Santos da Silva Martino, Cristiane Oliveira de Faria

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.16

Capítulo 17: O ensino de Trigonometria e a Metodologia de Resolução de Problemas: Uma abordagem social 131

Rudinei Alves dos Santos, Adriana Oliveira dos Santos Siqueira, Vanessa Pires Santos Maduro, Verônica Solimar dos Santos

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.17

Capítulo 18: Relato de experiência: O ensino de ângulos através da aprendizagem baseada em projetos 138

Ana Carolina Vila do Amaral, Gabriel Macicieski, Sophia Clíssia Alves Cardoso, Carolina Soares Bueno

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.18

Capítulo 19: Sequência didática: Uma estratégia pedagógica para o ensino de logarítmo 148

Paulo Malicka Musiau, Émerson Lauro, Maicon Serrão Gavino, Cleisimeyre de Souza Vieira

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.19

Capítulo 20: Uma metáfora para o conceito de função 157

Francisco Roberto Pinto Mattos, Bruna Ferreira Leite de Pinho

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.20

SUMÁRIO

Capítulo 21: Aprendendo conceitos matemáticos por meio de Literatura..... 162

Eliziane Rocha Castro, Raimundo Luna Neres, Luciana Rodrigues Leite, Francisco Jeovane do Nascimento, Gabriel Linhares de Sousa

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.21

Capítulo 22: O ensino da operação de divisão de fração: Um enfoque no uso da Filosofia da Linguagem de Wittgenstein 166

Marcel de Almeida Barbosa, Marisa Rosâni Abreu da Silveira

DOI: 10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.22

Autores:..... 174

Capítulo 1

Formação inicial de professor: Reflexões sobre a prática docente sob a perspectiva de ser um professor-pesquisador

Renan de Souza Tavares
Douglas Willian Nogueira de Souza
Amanda Siegloch
Pedro Thiago Ferreira Marques
Biatriz Gomis Nogueira Neta
Agelson Barros Façanha

Resumo: É notório que é na formação inicial do futuro professor que são adquiridos conhecimentos teóricos e práticos, os quais poderão servir como um alicerce da sua profissão. Desse modo, objetivamos com essa pesquisa caracterizar e refletir acerca da produção científica do Curso de Licenciatura Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM do município de Humaitá - AM no decorrer de 12 anos da matriz corrente. Usamos uma abordagem mista, sob pressupostos da Análise de Conteúdo de Bardin (2011). Os resultados apontaram que dos 441 alunos que ingressaram no curso, apenas 38 trabalhos foram produzidos em 12 anos, sendo 1 (2%) na modalidade de resumo, 2 (5%) resumos expandidos, 4 (11%) foram artigos e 31 (82%) apresentações de trabalho (comunicação científica). Diante dos dados apresentados, acreditamos que seja necessária a mudança atitudinal por parte dos docentes e discentes e na estrutura física e burocrática da universidade, a fim de torná-la um celeiro de produção/reflexão científica no sul do Amazonas.

Palavras-chave: Formação de Professores; Produção Científica; Ensino Superior.

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa relacionada com a formação inicial é cada vez mais realizada por pesquisadores, pois é vista como uma potencialidade para uma nova perspectiva, onde o contato com a pesquisa na graduação servirá como momento de preparação e reflexão de sua futura prática como docente (Calil, 2009).

Acreditamos que a relação de pesquisa com o ensino possa ser um dos fatores de grande importância na construção da prática docente, a qual poderá também desenvolver uma melhor atividade profissional para os professores na totalidade dos níveis educacionais, contudo, esse fato ainda não é visto como prioridade (Calil, 2009).

Tendo como princípio que a universidade pode ser considerada o celeiro das produções científicas pelo Conselho Universitário da Universidade Federal do Amazonas, em conformidade com a Resolução 37 de 2005 e por meio da portaria 60 de 2014 da Secretaria de Regulação e Supervisão da Educação Superior do Ministério da Educação, foi autorizada a funcionalização do curso de Licenciatura de Ciências: Matemática e Física, localizado no Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente, no município de Humaitá - AM.

O curso de Licenciatura de Ciências: Matemática e Física tem um papel de suma relevância para o contexto social do município, assim como para localidades próximas, pois segundo o próprio Projeto Pedagógico do Curso - PPC elaborado em 2016, este visa atender a falta de docentes na região sul do Amazonas, visando à competência do preparo para a área que vai atuar com enfoque na aprendizagem do aluno.

Nesta perspectiva, o autor Schulman (2001) discorre acerca dos conhecimentos necessários para a docência, sendo eles, o Conhecimento de Conteúdo, que no presente estudo entendemos como sendo as disciplinas específicas presentes na grade curricular, como exemplo, "Geometria I e II", "Física I, II, II e IV", entre outras; o Conhecimento Pedagógico, no qual destacamos as disciplinas didáticas, como "Práticas de Ensino da Matemática I, II e III", "Práticas de Ensino de Física I, II e III"; e, por fim, o Conhecimento Curricular do objeto de estudo, em que nessa investigação, evidenciamos os três pilares que constituem o Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM: ensino, pesquisa e extensão.

Nesse sentido, o PPC do curso aborda que há uma indivisibilidade entre o ensino, a pesquisa e a extensão, pois estes irão produzir, ao longo da formação inicial dos estudantes, mudanças atitudinais como caráter de investigação e reflexão de sua atuação no desenvolvimento da sociedade como um todo. Assim, percebemos que o curso é pautado em viés que vão além da sala de aula. Podemos entender que para a formação inicial dos discentes se faz necessária a construção e desenvolvimento de algumas habilidades e competências, como discorre Schulman (2001) ao enfatizar acerca dos conhecimentos necessários para a docência.

Dessa forma, levantamos alguns questionamentos: "Se a formação inicial do discente no curso de Ciências: Matemática e Física é constituída por Ensino, Pesquisa e Extensão, de que forma o curso tem contribuído com o desenvolvimento de pesquisas e projetos de extensão ao longo de sua existência?" e "Tendo em vista que o curso é uma licenciatura dupla, o mesmo tem preparado o estudante para, no futuro, ser um professor-pesquisador?"

Diante do exposto, objetivamos neste estudo caracterizar e refletir acerca da produção científica do Curso de Licenciatura Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas – UFAM, no município de Humaitá - AM, no decorrer de 12 anos da matriz corrente.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A formação inicial pode ser entendida como o momento de capacitação de futuros professores com o escopo de formá-los para o exercício de sua profissão, pois, nessa etapa, o futuro docente poderá construir os saberes/conhecimentos, tanto teóricos como práticos, tendo em vista que tecer fios da relação teoria-prática desde o início do curso nos possibilita a percepção com suas múltiplas extensões da sua totalidade (Fernandes; Silveira, 2009).

Essa relação de teoria-prática, de acordo com Calil (2009), se torna mais clara quando o professor-pesquisador na sua formação inicial entra em contato com a pesquisa. Nesse sentido, Cambi e Magnus (2016) abordam acerca da importância da formação inicial, visto que nesse período podem ser fortalecidas e construídas as concepções sobre sua futura profissão.

Cruz (2016) afirma que a formação inicial é uma etapa de extrema importância, no entanto, trata-se de um processo contínuo. Diante disso, acreditamos que o período da formação inicial constitui-se como um momento de socialização e troca de ideias, fato este que poderá contribuir para o aprimoramento de sua prática docente. Nessa perspectiva, Civiero (2016) comenta que, além da formação específica do futuro profissional, se faz necessária a construção de conhecimentos advindos da sociedade e que envolvem questões sociais, culturais, científicas, econômicas e tecnológicas.

Com base nisso, Lopes e Costa (2016) destaca a importância dos termos supracitados, entretanto, ressalta a contribuição dos elementos da pesquisa e extensão na futura formação profissional, uma vez que estes colaboram para o desenvolvimento dos saberes "teóricos" sob uma perspectiva "prática", além de contribuir para reflexões de "verdades", conceitos e situações que permeiam o processo de ensino e aprendizagem.

Calil (2009, p. 98) afirma que a "universidade é considerada o berço da produção científica", ou seja, esta pode inserir o futuro profissional no meio científico. A autora discorre, também, acerca da importância em dar ênfase a essa iniciação dentro do currículo básico, pois os professores, em sua formação inicial, que não tiveram tal conhecimento têm a possibilidade de se sentirem excluídos do mundo acadêmico e científico.

O contato do futuro docente, sendo ele ainda discente, com a pesquisa o possibilitará a dar continuidade no desenvolvimento de pesquisas, mesmo após sua formação inicial, dado que esse contato inicial produz facilidade de firmar essa confiança. Porém, os cursos de formação tendem a se defrontar com a pesquisa nos últimos semestres, quando apresentam seu trabalho de conclusão de curso - TCC (Calil, 2009). Nesse sentido, percebemos que o contato com a pesquisa na formação inicial pode tornar-se um viés imprescindível para o complemento de uma formação ideal do futuro profissional.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Com o intuito de caracterizar a produção científica do Curso de Licenciatura de Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, utilizamos a abordagem qualitativa e quantitativa, sob a luz dos aspectos norteadores da Análise de Conteúdo de Bardin (2011), pois esta faz uso de diversos métodos analíticos, interpretativos e estatísticos para a coleta de dados necessários para a pesquisa, sendo organizada em três etapas: pré-análise, exploração do material e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

A pré-análise é a etapa de organização, na qual busca elaborar um esquema, de forma precisa, do desenrolar das operações que irão acontecer em um plano de análise, sendo estruturada pela escolha dos documentos que serão analisados; elaboração das hipóteses e dos objetivos e a formulação de indicadores que evidenciam a interpretação final. Vale destacar que os elementos dessa etapa não precisam seguir a ordem apresentada (Bardin, 2011).

Inicialmente, foram formulados as hipóteses e os objetivos. A hipótese é uma alegação provisória do que queremos pesquisar e, no presente artigo, foram as questões norteadoras. Entendemos como objetivo o alvo da pesquisa e consiste, nesta investigação, em caracterizar e refletir acerca da produção científica do curso de licenciatura de Ciências: Matemática e Física da Universidade Federal do Amazonas - UFAM/IEAA.

Depois da definição das hipóteses e objetivos, partimos para a escolha dos documentos que atendessem os mesmos. Para tal, se fez necessária uma relação, a qual continha o nome, o ano de ingresso, a situação, meio de ingresso na universidade e o ano de conclusão dos alunos que haviam integralizado o currículo. No total, foram 441 alunos que ingressaram na UFAM/IEAA desde 2006 (ano em que iniciou o curso no município) até o ano de 2018.

Contudo, analisamos apenas as produções dos alunos que ainda estão no curso e dos egressos. As dos desistentes e jubilados não foram analisadas, pois buscamos uma perspectiva de formação inicial com vinculação à instituição. Vale mencionar que contabilizamos somente as publicações dos egressos no período que estes eram alunos do curso. Outro ponto a ser destacado é que as regras para a escolha dos documentos, como a regra da exaustividade, representatividade, homogeneidade e pertinência foram seguidas, em consonância com Bardin (2011).

Com o documento escolhido, foi realizada a leitura "flutuante", na qual nos familiarizamos com os documentos que foram escolhidos para a análise, nos deixando invadir por impressões e orientações, com a visão das hipóteses elaboradas, de forma que a leitura fosse cada vez mais precisa. Ao passo que a investigação se trata de uma pesquisa documental, não faremos uso da referenciação de índices e da elaboração de indicadores.

A partir da leitura do documento, nos preparamos para a próxima etapa da Análise de Conteúdo de Bardin (2011), a exploração do material, sendo esta a parte da aplicação sistemática das medidas tomadas. Nessa etapa, codificamos e categorizamos o documento analisado.

Depois de preparado o material em planilhas no Excel (Microsoft Office 2013), as produções dos discentes foram identificadas por dois meios, o primeiro por meio das informações contidas no Currículo Lattes indexado na Plataforma Lattes. No entanto, alguns alunos não possuíam o currículo ou este se encontrava desatualizado (última atualização há mais de 6 meses). Desse modo, foi solicitada à direção do IEAA a relação de e-mail desses alunos, configurando-se como o segundo meio de contato para as produções científicas desenvolvidas pelos discentes. Com a codificação realizada, as categorizações dos dados foram definidas de acordo com o viés do projeto.

A primeira categoria definida foi o "Tipo de Produção", podendo ser artigo, resumo, resumo expandido e apresentação de trabalhos (comunicação científica). A próxima categoria fora "Veículo de Produção", como periódicos, congressos, simpósios, seminários e outros (encontros e semanas), visando a naturalidade destes, podendo configurar-se como eventos internacionais, nacionais, regionais ou locais. A outra categoria desenvolvida foi a "Área pedagógica da produção", onde analisamos produções na área do Ensino de Matemática, Ensino de Física, Ensino de Astronomia e outra (área pedagógica não específica da Matemática e Física).

Depois da realização da codificação e definição das categorias na fase da exploração de materiais, desenvolvemos a última etapa: tratamento dos resultados obtidos e a sua interpretação. Nesta fase, os resultados são manuseados para uma melhor organização e entendimento, de forma que sejam significativos para a pesquisa. Os dados são quantificados estatisticamente e através da análise estatística dos resultados, refletimos acerca das questões norteadoras

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Com base na análise de dados da relação dos alunos do curso de licenciatura em Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM do período de 2006 a 2018, observamos um total de 441 alunos que ingressaram, sendo 282 alunos (64%) e 159 alunas (34%). Do total, apenas 54 alunos (13%) formaram, os quais 30 (56%) são do gênero masculino e 24 (44%) do gênero feminino.

No tocante a categoria "Tipo de Produção", verificamos um total de 38 trabalhos publicados em eventos e revistas, onde 1 (2%) foi em modalidade de resumo, 2 (5%) resumos expandidos, 4 (11%) foram artigos e 31 (82%) apresentações de trabalho (Comunicação científica) (Tabela 1).

Tabela 1: Modalidade dos trabalhos publicados por turma.

Modalidade da Produção de Trabalho					
Turmas	Artigo	Resumo	Resumo Expandido	Apresentação de Trabalho (Comunicação científica)	TOTAL
2008	3			4	7
2010				3	3
2011	1	1	1		3
2012				3	3
2013				5	5

(Continuação)

Tabela 1: Modalidade dos trabalhos publicados por turma.

Modalidade da Produção de Trabalho					
Turmas	Artigo	Resumo	Resumo Expandido	Apresentação de Trabalho (Comunicação científica)	TOTAL
2014 e 2015				11	11
2016				5	5
2018			1		1
TOTAL	4	1	2	31	

Fonte: Elaborada pelos autores.

Vale destacar que nas turmas de 2006, 2007 e 2017 não houveram publicações e por este motivo os dados desses referidos anos não estão dispostos na Tabela 1. Decidimos compilar os dados da turma de 2014 e 2015, pois os autores dos trabalhos publicaram em conjunto, ou seja, optamos em organizar os dados de modo a relacioná-los, visto que acreditamos que tanto autores e coautores são responsáveis pela publicação do trabalho.

Visamos identificar a quantidade de publicações em cada ano. Desse modo, das 38 produções científicas em 12 anos do curso, no ano de 2008 foram publicados 4 (10%) produções, sendo 3 (75%) na modalidade de artigo completo em periódico e um (25%) na modalidade de apresentação de trabalho (comunidade científica). Das quatros produções, 1 (25%) fora na área do Ensino da Matemática, 1 (25%) na área do Ensino de Física e 2 (50%) na categoria "outra".

Já no ano de 2009, identificamos um total de uma (2%) publicação na modalidade de apresentações de trabalho (comunicação científica), a qual foi publicada em congresso na área "outra". Em 2010 há um total de apenas duas (2%) produções, sendo todas na modalidade de apresentações de trabalho (comunicação científica). Vale destacar que uma (50%) foi publicada em congresso e a outra (50%) publicada em outra categoria (Encontros e Semanas), onde uma (50%) fora publicada na área de Ensino de Matemática e uma (50%) em área "outra".

Em 2012 fora encontrada apenas uma (3%) publicação, sendo a mesma publicada em congresso na área de Ensino de Matemática na modalidade, apresentação de trabalho (comunicação científica).

No ano de 2013 fora encontrado apenas um (3%) trabalho na modalidade de artigo, o qual foi publicado em anais de congresso, na área de Ensino de Astronomia.

Em 2014, identificamos 3 (8%) produções, sendo 1 (3 3%) resumo e 2 (67%) apresentações de trabalho (comunicações científicas). Do total, 1 (33%) fora publicado em congresso, e 2 (67%) na categoria "outra" (Encontros e Semanas). Quanto as áreas de publicação, percebemos que 1 (33%) foi na área de Ensino de Física, 1 (33%) na área de Ensino de Astronomia e 1 (33%) na área "outra".

Em 2015 identificamos um total de 4 (11%) trabalhos publicados, onde um (25%) foi na forma de resumo expandido e 3 (75%) em caráter de apresentação de trabalho (comunicação científica). No tocante ao veículo de publicação, 3 (75%) foram em congressos e um (25%) em seminário. Com relação as áreas, os trabalhos foram distribuídos da seguinte maneira, 1 (25%) fora na área de Ensino de Matemática, 1 (25%) na área de Ensino de Física, 1 (25%) na área de Ensino de Astronomia e 1 (25%) na área "outra".

No ano de 2016, fora encontrado 3 (8%) produções científicas na modalidade de apresentação de trabalho (comunicação científica), do total, 1 (33%) em congresso, 1 (33%) em seminário e 1 (33%) em outro(Encontros e Semanas), sendo 1 (25%) na área de Ensino de Matemática e 2 (75%) na área "outra".

Em 2017 foi o ano em que foi identificado o maior número de publicações, com um total de 10 (26%) produções publicadas na modalidade de apresentação de trabalho (comunicação científica). Do total, 9 (90%) fora em congressos e 1 (10%) na categoria "outra" (Encontros e Semanas). Desse modo, analisando as áreas de publicação, 4 (40%) foram na área de Ensino da Física, 5 (50%) na área de Ensino de Astronomia e 1 (10%) na categoria "outra".

Já no ano de 2018 foram encontradas 9 (24%) publicações ao todo, 1 (11%) na modalidade de resumo expandido e 8 (89%) apresentação de trabalho (comunicação científica). Do total, 4 (44%) foram em congressos e 5 (56%) na categoria "outra" (Encontros e Semanas). No tocante as áreas de publicação, 3 (33%) foram na área de Ensino de Matemática, 2 (22%) em Ensino de Física, 2 (22%) no Ensino de Astronomia e 2 (22%) na categoria "outra".

Diante disso, Becker (2010) ressalta que, atualmente, há um número considerável de pesquisas desenvolvidas por graduandos, as quais são orientadas por professores universitários. Acreditamos que os dados apresentados acima remam na contramão dessa mentalidade, tendo em vista que somente 38 publicações foram produzidas em 12 anos de existência do curso em questão. Nesse sentido, Stenhouse (apud Carbonell Sebarroja, 2003) discorre acerca de uma mudança atitudinal dos professores para os alunos na tradição no desenvolvimento de pesquisas, a fim de desenvolver o caráter do ensino.

Desse modo, observamos uma crescente mudança no percentual de pesquisas produzidas a partir do ano de 2013. Tal mudança tornou-se possível após a chegada de professores doutores e mestres no curso de licenciatura em Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, assim como algumas melhorias na estrutura do IEAA.

Becker (2010) afirma que tais professores compreendem que por meio da pesquisa, da produção do conhecimento, do trabalho em laboratórios e da participação em oficinas, seus orientados/alunos aprendem de maneira mais significativa, ou seja, o aluno que tem contato com a pesquisa pode aumentar sua capacidade de aprender.

Não queremos com tal afirmação enaltecer apenas a participação desses professores durante o processo de ensino e aprendizagem, e sim, refletir acerca das contribuições na formação de professores-pesquisadores. A docência deve dispor de professores que contextualizam o ensino por uma atividade investigadora, em outras palavras, é preciso enxergar o aluno como um sujeito epistêmico, o qual constrói o conhecimento (Schön, 1992; Meirieu, 2002; Perrenoud, 2002; Becker, 2010).

Quanto à categoria "Veículo de Publicação", buscamos analisar os dados sobre as seguintes categorias: periódicos (A1, A2, B1, B2, B3, B4, C1) na área de ensino e eventos (congresso, seminário, simpósio e outra). Desse modo, do total de artigos publicados, 3 (43%) foram publicados em periódicos de qualis C1, sendo 1 (33%) publicado na área do Ensino da Matemática, e 2 (67%) na categoria "outras" (áreas pedagógicas voltadas para a didática não específica das disciplinas de Matemática e Física).

O único resumo (3%) produzido fora publicado em um simpósio nacional, voltado ao Ensino de Astronomia. Os dois (5%) resumos expandidos foram publicados em congressos regionais, sendo um (50%) no IEAA/UFAM no Ensino de Astronomia e outro (50%) na Universidade Federal de Rondônia - UNIR no Ensino de Matemática.

O maior número de produções, 31 (82%) foram encontradas na modalidade de comunicação científica. Sendo 20 (65%) trabalhos publicados em congressos, 3 (10%) em seminários e 8 (26%) em outras (encontros e semanas). Das 31 produções, 17 (55%) foram publicadas em eventos nacionais, 11 (35%) locais e 3 (10%) regionais. Sendo 10 (32%) na categoria "outra" (áreas pedagógicas voltadas para a didática não específica das disciplinas de Matemática e Física), 6 (19%) no Ensino de Matemática, 7 (23%) no Ensino da Astronomia e 8 (26%) na área do Ensino da Física.

Diante dos resultados, podemos entender que as pesquisas foram desenvolvidas como uma atividade que sistematiza os resultados das ações atreladas ao plano discursivo, o qual pode permitir o ingresso à racionalidade crítica. Nesse sentido, Oliveira (2010) afirma que as pesquisas coordenadas pelos professores orientadores se situam em um universo de possibilidades construídas a partir das questões norteadoras que permeiam o processo de ensino-aprendizagem. Assim, conforme o autor, o professor que assume o aspecto investigativo da sua prática é movido pela dúvida, ou seja, de uma certeza provisória, a qual busca responder a suas hipóteses.

Diante das perspectivas, os artigos publicados em periódicos possuem estas características, assim como as publicações em modalidades de comunicação científica, ou seja, são pesquisas oriundas de trabalhos de iniciação científica, ou elaboradas em meio ao desenvolvimento de uma disciplina da grade curricular do curso.

Por possuir um aspecto híbrido, as publicações do curso de licenciatura em Ciências: Matemática e Física foram desenvolvidas sob os aspectos norteadores do Ensino de Matemática ou do Ensino de Física, além das pesquisas desenvolvidas no âmbito do Ensino de Astronomia e da Didática Escolar. Contudo, analisando apenas as publicações realizadas no Ensino de Matemática e no Ensino de Física, observamos que houveram mais publicações na área do Ensino de Física.

Desse modo, corroborando com Golbert (2010) os pesquisadores comprometidos com a aprendizagem de Física são em sua maior totalidade construtivistas. Esse fato epistemológico reflete em seu comportamento e sua percepção no que diz respeito à formação inicial do aluno, auxiliando-o na perspectiva de um professor-pesquisador. Shön (2000) discorre que essa epistemologia da prática se caracteriza por uma reflexão-na-ação e reflexão-sobre-a-ação.

Porém, não queremos com essa afirmação tendenciar a noção de "professor-reflexivo" com aquele que tem "conduta correta" ou "professor que pensa". Essas características são essências, entretanto, não são autossustentáveis, é preciso pautar-se nas concepções do desenvolvimento cognitivo dos estudantes e em mudanças atitudinais nos âmbitos acadêmico, metodológico e social.

Acreditamos que o número de produções publicadas ainda esteja abaixo do esperado, fato que nos leva a refletir acerca da indivisibilidade entre ensino, pesquisa e extensão, sendo os mesmos pilares fundamentais para a formação dos futuros professores.

Contudo, fatores como situações socioeconômicas dos discentes, número baixo de professores e alunos comprometidos com a pesquisa e a oferta de eventos científicos realizados no IEAA, bem como a estrutura física do instituto, apresentam como uma das razões para esse número tão abaixo do esperado. Porém, não podemos "soltar as mãos", ou seja, vivemos um momento em que há uma necessidade de um pensar, agir e fazer modos investigativos para que a realização da pesquisa se torne uma potencialidade de auxílio para que aluno possa construir seu saber.

5+. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mediante os dados apresentados, juntamente com as questões norteadoras levantadas nesse trabalho, podemos tecer algumas considerações acerca da temática.

Acreditamos que seja necessário que o futuro docente desenvolva na formação inicial o hábito de pensar e escrever e de formular suas ideias, de modo a possibilitar em sua prática docente uma compreensão sobre o ato de pesquisar, pois julgamos que um professor-pesquisador traz uma nova perspectiva, diferente dos demais, levando mudanças atitudinais em sua docência em uma compreensão sobre seus fatores internos e externos que podem vir a influenciar no processo de ensino-aprendizagem.

Quanto às publicações, julgamos que na prática docência o professor-pesquisador promove nos seus futuros discentes uma nova dimensão de pensamento por parte dos seus alunos, desenvolvendo uma nova dinâmica de liberdade de pensamento e a criticidade dos mesmos. Visto que cada pesquisa desenvolvida não se constitui como uma produção científica neutra.

Nessa perspectiva, acreditando que a universidade é caracterizada como um berço da produção científica, consideramos que o curso de Ciências: Matemática e Física possui condições para tornar-se, futuramente, um celeiro de produções científicas no sul do Amazonas.

Cremos que a formação inicial do futuro docente não é somente uma profissionalização para a inserção do professor no mercado de trabalho pela falta de pessoas da área habilitadas para o ensino, mas pode proporcionar o mesmo, vir a aperfeiçoar seus conhecimentos de forma mais ampla, abrangendo contextos sociais, culturais, tecnológicos e buscando capacitá-los a introduzir-se em um meio profissional crítico, isto é, em um meio científico.

Portanto, ressaltamos que a percepção dos professores sobre projetos de pesquisa pode auxiliar em sua concepção de ensino, ou seja, se não há a elaboração, execução e análises de projetos de pesquisa durante o período da graduação, sua futura docência poderá sofrer com possíveis desníveis em potencialidades da sua prática.

Diante dos fatos apresentados, podemos perceber que a presente pesquisa abre portas para novas pesquisas de modo a contribuir com a temática, a fim de potencializar o Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM em universo de exportações científicas, produzindo conteúdos que agregam conhecimentos, reflexões e contribuições para a sociedade. No entanto, citamos algumas mudanças, as quais acreditamos serem pertinentes, como mudanças atitudinais tanto da parte do professor quanto do aluno, assim como melhorias na estrutura e no incentivo à pesquisa por parte da universidade, dado que em nossa perspectiva ninguém faz pesquisa sozinho, ou seja, trata-se de um momento mútuo entre o aluno, o saber, a instituição e a sociedade.

6. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente - IEAA da Universidade Federal do Amazonas - UFAM pela parceria na viabilização dessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

[1] Bardin, Laurence. Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2011.

[2] Becker, Fernando. Ensino e pesquisa: qual a relação? In: Becker, Fernando; Marques, Tania Beatriz Iwaszko. Ser professor é ser pesquisador. Porto Alegre: Meditação, 2010. p. 11-18.

[3] Calil, Patrícia. A pesquisa na formação e na prática docente. In: Calil, Patrícia. O professor-pesquisador no ensino de ciências. Curitiba: Editora Ibpex, 2009. p. 95-127.

[4] Cambi, Betina; Magnus, Maria Carolina Machado. A formação do professor de matemática e o trabalho com projetos. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016.

[5] Carbonell Sebarroja, Jaime. Pedagogias do século XX. Porto Alegre: Artmed, 2003.

[6] Civiero, Paula Andrea Grawieski. Diretrizes para formação docente – elementos teóricos para implementar uma educação matemática crítica. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016.

[7] Cruz, Lélia de Oliveira. Professor de matemática: expectativas do licenciando e o processo de formação. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016.

[8] Fernandes, Cleoni Maria Barbosa; Silveira, Denise Nascimento. Políticas e formação inicial de professores: uma discussão em aberto. In: Souza, Andréia da S. Quintilha; Maciel, Antônio Carlos; Brasileiro, Tânia S. Azevedo (Orgs). Política educacional e formação de professores: interfaces, modelos e desafios. São Carlos: Pedro & João Editores; Porto velho: Edufro, 2009. p. 147-164.

[9] Golbert, Clarissa S. O papel do professor na construção do pensamento matemático. In: Becker, Fernando; Marques, Tania Beatriz Iwaszko. Ser professor é ser pesquisador. Porto Alegre: Meditação, 2010. (2. Ed. Atual. Ortog.). p. 89-100.

[10] Lopes, Edvania Portilho; Costa, Wanderleya Nara Gonçalves. Contribuição da extensão universitária à formação docente. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016.

[11] Meirieu, Philippe. A pedagogia entre o dizer e o fazer. Porto Alegre: Artmed, 2002.

[12] Oliveira, Rogério de Castro. Descobre-se o que não existe, inventa-se o que não existe. In: Becker, Fernando; Marques, Tania Beatriz Iwaszko. Ser professor é ser pesquisador. Porto Alegre: Meditação, 2010. p. 21-42.

[13] Perrenoud, Philippe. Le role d'une initiation à la recherché dans la formation de base des enseignants. In: INRP (Ed.). La place de la recherché dans la formation des enseignants. Paris: INRP, 1991. p. 91-121.

[14] Schön, Donald Alan. Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2000.

[15] Shulman, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, p. 163-196, 2001.

Capítulo 2

Projetos escolares: Espaços de formação inicial de professores de matemática

Daniel Alves de Oliveira Silva
João Paulo Souza Silva Macedo
Guilherme Tavares de Sousa
Dáffny Lorrany Rodrigues dos Santos

Resumo: Este trabalho reflete uma articulação de objetivos entre o Colégio Estadual Adolfo Bezerra de Menezes e o Núcleo do PIBID de Matemática de Araguaína. A problematização subjacente às experiências dos bolsistas em projeto de grande porte presente no Projeto Político Pedagógico do colégio (PPP)trouxe a perspectiva de se inventariar quais seriam as possíveis contribuições para a formação inicial de professores de matemática. A metodologia, nessa fase, inventariou tão somente os registros dos bolsistas nos respectivos cadernos de campo. Os seguintes resultados iniciais foram identificados: os bolsistas foram favorecidos pela participação em reuniões de planejamento; houveinteração com outros profissionais no colégio; houvepercepção dos espaços físicos disponíveis no colégio favoráveis àrealização de atividades que mobilizam um número grande de alunos; aconteceu a confecção de materiais específicos para a realização do evento, e, por último, a interação com alunos a partir de um contexto que foge da estrutura da sala de aula convencional.

Palavras-chave:Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência; Projetos; Pipas; Jogos; Projeto Político Pedagógico.

1.INTRODUÇÃO

A nossa trajetória no curso de licenciatura em matemática tem nos permitido observar, em diferentes momentos, muitos professores que buscam por novas metodologias de ensino visando à necessidade eminente de promover interações diversas nas aulas: entre os alunos, entre os alunos e o professor, entre os alunos e os conteúdos matemáticos. Parece-nos que há convicções teóricas incorporadas ao labor docente que orientam o processo de ensino e aprendizagem por formas que se caracterizam pelo dinamismodas relações,ao mesmo tempo em que favorecem a aprendizagem de objetos matemáticos previstos nos programas regulares de ensino.Obviamente que esse processo não é definido linearmente, pois:

> Sabe-se que ensinar e aprender exige nos dias atuais muito mais flexibilidade. Os alunos apresentam ritmos e estruturas de aprendizagem diferenciadas, assim os educadores devem procurar rever suas práticas, buscando novas possibilidades educativas, as quais visem considerar as diferenças individuais na aprendizagem, motivando-os na busca do conhecimento (RITA, 2013, p. 21).

Cientes de que o processo de ensino e aprendizagem tem exigências múltiplas, uma equipe de bolsistas do Núcleo do PIBID de Matemática – com orientações da professora de matemáticae supervisora do mesmo, no âmbito do Colégio Estadual Adolfo Bezerra de Menezes, situado no município de Araguaína (TO) – realizaram um diagnóstico das atividades que poderiam ser trabalhadas com os alunos do colégio. Dentre as possibilidades encontradas, a equipe decidiu pôr em prática dois projetos de grande porte que estavam previstos no PPP (Projeto Político Pedagógico). São eles: a“Oficina de Pipas” que,em linhas gerais, preconizavaa ideia de ensinar conteúdos como área, volume e perímetro por meio da construção de pipas tridimensionais; o projeto “Bingo de Matemática”, que visava ensinar as quatro operações básicas por meio de uma dinâmica realizada entre todos os alunos da escola,tendo por base adaptações feitas aos tradicionais jogos de bingo.

Os dois projetos de trabalho escolhidos eram coordenados pela professora supervisora do PIBID e isso de certa forma facilitou a participação dos bolsistas nas atividades que foram programadas para os mesmos. Em reuniões de planejamento sobre a implementação e a execução dos projetos, tivemos oportunidades, na qualidade de bolsistas, de propor e/ou complementar ideias às ações. Convém explicitar que a escolha desses projetos favoreceu as expectativas da professora, pois ela poderia contar com a nossa colaboração ao passo que, para os bolsistas,o envolvimento nessas ações se configuraria como oportunidades de inserção no contexto escolar por meio de projetos que mobilizavam todas as turmas do colégio.

Nas duas próximas seções, descreveremos os dois projetos dos quais participamos na qualidade de bolsistas, com destaques para aspectos que envolveram a elaboração e a aplicação dos mesmos, visando sempre dar ênfaseà experiência vinculada à formação docenteproporcionada por eles.

2.PROJETO: OFICINA DE PIPAS TRIDIMENSIONAIS

Pensando principalmente em proporcionar aos alunos uma aula dinâmica e diferente,na qual houvesse a participação conjunta da turma, foi que surgiu a ideia de fazer uma oficina de pipas com os alunos. O passo inicial foi dado pela professora Meire, nossa supervisora, por meio da realização de um primeiro encontro de planejamento; nesse momento, como produto da reunião jáse conjecturavapor aspectos que seriam relevantes para os alunos, pois já havíamos identificado algumas experiências anteriores que relatavam:

> “(...) por meio da construção de pipas, poderíamos explorar muitas questões vinculadas ao conhecimento geométrico, uma vez que a natureza intrínseca da construção das pipas favorece a identificação e o estabelecimento de relações entre as figuras planas envolvidas em cada construção.” (FERREIRA; OLIVEIRA, 2017, p.829).

Decorre das nossas reuniões de planejamento a identificação de conteúdos matemáticos que poderiam ser explorados tanto durante o processo de confecção como também no âmbito das aulas regulares da disciplina de matemática. Nesse aspecto, a construção de pipas tridimensionais favorece a percepção de elementos como arestas, vértices, diagonais, perímetros, áreas e volumes. Paralelamente, tambémdurante o planejamento da construção das pipas, identificamos materiais que poderiamser utilizados no processo construtivo das pipas, tais como varetas, linha, cola, papéis e alfinetes.

Algumas dúvidas foram pontuadas durante esse processo, uma delas diz respeito à forma como o projeto seria executado. O debate em torno dessa questão produziu, como resultado, uma forma de organização

para o projeto em si, o qual foi dividido em dois momentos. O primeiro que se configurou como o momento de construção, essencialmente, cada aluno nessa etapa construiu a sua pipa. Já o segundo momento, foi destinado à apresentação das pipas construídas e, obviamente,à soltura das mesmas. Para garantir segurança aos alunos durante a soltura das pipas, essa etapa ocorreu no âmbito de um parque da cidade, com amplo espaço,longe da rede de energia e distante cerca de oitocentos metros do colégio.

No dia 24 de agosto de 2018, realizou-se a segunda etapa, a qual contou com a participação de alunos e funcionários. Inicialmente, todos se encontraram no colégio e na sequência se deslocaram até o Parque Ecológico Urbano Cimba, onde a ação foi colocada em prática. No início do evento, os alunos com as respectivas pipas começaram a alçar as mesmas com a ajuda dos bolsistas, de tal forma que cada aluno encontrou seu pedaço de céu. Um lanche no decorrer da tarde foi organizado e servido e essa ocasião também foi marcada por momentos de descontração dos alunos.

Para o encerramento do evento,planejou-se a escolha da pipa mais bonita.Os critérios de seleção mesclavam algumas perguntas que serviram para identificar se os alunos haviam se apropriado de termos e expressões matemáticas a partir das próprias pipas construídas com questões a respeito dos materiais utilizados na construção das mesmas. As perguntas eram simples, tais como: “quais materiais foram utilizados?”“Como podemos chamar determinado elemento da pipa com expressões da matemática?”. Aos alunos também foi perguntado se tiveram ajuda e se aprenderam algum conteúdo de matemática.

Figura 01 - Festival de Pipas – Parque Cimba/Araguaína-TO.

Fonte: PIBID/UFT/MATEMÁTICA/ARAGUAÍNA.

3. PROJETO: BINGO DE MATEMÁTICA

O Projeto intitulado como “Bingo de Matemática” foi realizado no dia 22 de agosto de 2018 na quadra de esportes do próprioColégio Estadual Adolfo Bezerra de Menezes, motivado pelos professores da área de exatas e tendo o auxílio dos demais docentes, incluindo a nossa equipe do PIBID para acomodação dos alunos, verificação das cartelas sorteadas e premiações.

Antes de se deslocarem para o local onde aconteceu o bingo, os alunos foram orientados pelos professores a levarem canetas/lápis e papéis para a resolução das questões e, também, a levarem suas carteias para uma melhor acomodação no espaço.

Para a participação no bingo, nenhum meio eletrônico era permitido aos alunos.O objetivo dessa medida restritiva erafavorecer o desenvolvimento de habilidades de cálculo mental ou, ainda, de estratégias de resolução heurísticas.Ao adentrarem na quadra da escola, local onde se realizou o bingo, um professor ficou responsável pela entrega de uma cartela para cada aluno e, na sequência do evento, a nossa função como bolsistas foi auxiliar os alunos com mais dificuldades nas questões sorteadas pelo professor e conferir os números das cartelas sorteadas.

Figura 01 –Bingo de Matemática – Quadra do Colégio

Fonte: PIBID/UFT/MATEMÁTICA/ARAGUAÍNA

O bingo é um jogo de azar que foi adaptado pela nossa equipe e pelos demais docentes para conter bolas numeradas com expressões matemáticas,que seriam postas dentro de uma caixa para serem sorteadas uma a uma pelo professor. Depois de selecionada a bola, o professor repetia a expressão matemática três vezes para que os alunos tivessem tempo para fazer os cálculos e em seguida verificar o resultado na cartela.É válido lembrar que os resultados que os alunos obteriam eram números naturais que se encontravam dentro de um intervalo de 1 a 75, sem repetição. Caso o discente completasse a diagonal, a vertical ou a horizontal na cartela, ele ganharia um dos prêmios–cinco bolas de futebol, cinco caixas de som e cinco bolsas necessaire – totalizando 15 prêmios sorteados nessa edição do evento.

Assim, motivados pelo desejo de ser premiados, observamos que os discentes estavam, a cada minuto que se passava, mais dispostos a solucionarem as questões presentes nas bolas usando apenas os materiais disponíveis a eles no momento do evento.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio das ações conjuntas realizadas pela equipede profissionais do Colégio Adolfo Bezerra de Menezes em parceria com os bolsistas do Núcleo do PIBID de Matemática,as quais se materializaram pelo envolvimento dos bolsistas em dois projetos escolares que estavam preconizados no PPP do mesmo, buscamos compreender a natureza dessas ações pedagógicasa partir de diferentes elementos que se configuram em torno do desenvolvimento dos projetos escolaresem espaços de formação inicial para a docência. Nesse sentido, podemos pontuar que:

A formação dos bolsistas foi favorecida pelo desenvolvimento de ações que, em algumas situações, não se restringiram ao plano físico da sala de aula. A dimensão do físico foi transformada pelas ações que estavam em andamento nos projetos epelos alunos do colégio, que estabeleceram relações de autonomia, de socialização e ainda de interação com os bolsistas em contextos com dimensões novas. Convém lembrar que um aprendizado importante nesse momento se destaca justamente pela percepção de como se pode conceber e reorganizar os espaços físicos da escola, enquanto estruturas, em espaços de formação humana.

Os projetos das“Pipas Tridimensionais” e do“Bingo de Matemática”contribuíram para que os bolsistas vivenciassem algumas orientações da didática por meio da realização de reuniões de planejamentos que demandaram uma atuação participativa, de trocas de ideias, de levantamento de informações, de interação com a professora supervisora, dentre outros profissionais com os quais tivemos contato, para que as ações organizadas fossem implementadas e objetivadas.

Nesse sentido, aprática docente proporcionadapelosprojetos“Pipas Tridimensionais”e “Bingo de Matemática” ganhou contornos plurais, a partir daaprendizagem compartilhada ou socializada, do favorecimento de processos interativos entre alunos e professores e, é claro, entre os próprios discentes. E isso nos permite concluir, enquanto sujeitos desse processo, que também os alunos foram favorecidos na dimensão da aprendizagem.

A dimensão plural da prática docente que estamos caracterizando por meio das experiências vivenciadas no processo de atuação dos bolsistas em projetos escolares, a exemplo dos experienciados por nós, também nos colocou em contato com materiais didáticos, ou mesmo com o exercício de adaptação de recursos já conhecidos, como foi o caso do "Bingo de Matemática". Por sua vez, o projeto das "Pipas Tridimensionais" também não se distancia dessa perspectiva, uma vez que, até aquele momento, não conjecturávamos uma adaptação didática da tradicional brincadeira de pipas para o contexto especializado da formação de professores que ensinam matemática.

> [...] o conjunto de experiências dos bolsistas do subprojeto PIBID de matemática, enquanto desdobramentos de ações e objetivos do mesmo permitem explorar alguns aspectos da formação docente inicial do educador matemático que merecem atenção cuidadosa, um deles se presentifica pela riqueza das experiências que foram produzidas no âmbito do subprojeto, que se configura como um espaço formador com impactos profundos para os bolsistas, abrindo possibilidades para construção de práticas pedagógicas engajadas com questões políticas, sociais, econômicas e culturais. (OLIVEIRA, 2017, p. 195).

Em outras palavras, as experiências em torno dos projetos das pipas e do bingo, neste caso, serviram como instrumentos que corroboraram com a formação dos bolsistas em simbiose com uma das características fundantes do programa PIBID,qual seja, a parceria entre a universidade e a escola no processo de formação de recursos humanos para a educação básica.Portanto, podemos concluir que a formação inicial dos bolsistas do Núcleo do PIBID de Matemática nutriu-se das diferentes ações desenvolvidas em parceria com a escola campo.

5. AGRADECIMENTOS

AgradecemosàCoordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), enquanto agência mantenedora das atividades do PIBID. A cada um dos demais bolsistas presentes nas escolas que nos ajudaram no processo de reflexão e escrita. Ao corpo docente do Colégio Adolfo Bezerra de Menezes que também não mediuesforços para que ambos os projetos fossem realizados. ÀProfessora Meire Lúcia de Souza Bastos, nossa supervisora que tem compartilhado conosco as suas experiências profissionais. Ao professor Sinval de Oliveira, coordenador de área do Núcleo, por acreditar no trabalho que estamos desenvolvendo.

REFERÊNCIAS

[1] Col. Est. Adolfo Bezerra de Menezes. Projeto Político Pedagógico – PPP. Araguaína, 2018.

[2] Ferreira, L. A.; Oliveira, S. Oficina de pipas: contribuição para a formação inicial de professores. In: II Encontro Internacional sobre a Formação Docente para Educação Básica e Superior, II Encontro Inter-Regional Norte, Nordestee Centro-Oeste sobre Formação Docente para Educação Básica e Superior, 2017, Palmas. Anais**.** Palmas: [s.n.], 2017. p. 828 - 839. Disponível em: <http://download.uft.edu.br/?d=4fa37d1a-3efa-4063-b97e-13d9debe285a;1.0:Anais%20(II%20Interfor%20e%20VII%20Enforsup%202017).pdf>Acesso em: 18mar. 2019.

[3] Oliveira, S. Socializando experiências pibidianas na formação inicial de professores de Matemática. In: AIRES, B. F. C. *et all*(Org.). Contribuições do Pibid-Universidade Federal do Tocantins para a Educação Básica; experiências e práticas pedagógicas. Palmas: Editora Nagô, 2017.

[4] Rita, C. H. O Professor e o uso de jogos em aulas de matemática. 2013. 50 f. Monografia – Curso de Licenciatura em Ciências Exatas, Habilitação em Matemática, Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2013.

Capítulo 3

Residência Pedagógica: Novas perspectivas para formação de professores

Patrícia Silvério da Silva Celedonio
Deive Barbosa Alves
Gildemberg da Cunha Silva

Resumo: Este trabalho busca relatar as primeiras experiências do Programa Residência Pedagógica - PRD, resultado do Edital nº 006/2018/CAPES e Edital n° 66/2018 – PROGRAD/DPEE/UFT/CAPES. Iniciado em agosto de 2018 nas escolas públicas de Araguaína, norte do Tocantins o PRD vem apresentando resultados na direção de melhorias no exercício docente na cidade. Sendo, portanto, um Programa de caráter estratégico para formação inicial de professores, e, apesar dos desafios latentes quanto à infraestrutura e gestão das escolas da região, caminha para o fortalecimento e nova perspectiva docente dos futuros professores dando-lhes novas possibilidades de atuação frente à realidade escolar. Trata-se de um relato de experiência que observou referenciais bibliográficas quanto ao processo de estágio dos cursos de licenciatura, e, sobretudo, apresenta elementos de pesquisa ação como metodologia.

Palavras-chave: Residência Pedagógica, Formação de professores, Ensino-Aprendizagem, Educação Matemática.

1.INTRODUÇÃO

Há tempos esse tema formação de professores, segundo Costa e Fontoura (2015), vem sendo discutido e estudado por vários estudiosos e pesquisadores. Assim concordamos da importância de se ter uma formação mais propícia para os futuros docentes e também para aquele professor que se formou e depois disso não fez nenhum outro tipo de formação continuada, e por falta de tempo ou incentivo não conseguiu continuar seu processo educativo e formador, e que atua diretamente com os discentes e anseia por novas metodologias.

Vários autores estão falando atualmente em politicas de formação para professores e futuros professores, porque segundo eles, é melhor aprender praticando e seria mais fácil que a prática caminhasse juntamente com as aulas teóricas. Não é razoável porém supor que este saber é simples, muito pelo contrário, está presente do dia a dia do professor tendo um caráter plural conforme sustenta Maurice Tardiff,

> "saber plural, formado de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana." (TARDIFF, 2002, p. 54)

Entretanto a longínqua formação inicial do professor à realidade escolar e da sala de aula mostrou ser um empecilho, sendo, pois barreira à boa formação conforme alerta Gauthier em sua obra *Por uma teoria da Pedagogia : pesquisas contemporânea sobre o saber docente*,

> "Assim como as ideias preconcebidas de um oficio sem saberes, denunciadas anteriormente, bloqueavam a constituição de um saber pedagógico, do mesmo modo essa versão universitária científica e reducionista dos saberes negava a complexidade do real do ensino e impedia o surgimento de um saber profissional. É como se, fugindo de uma mal para cair num outro, tivéssemos passado de um ofício sem saberes a saberes sem um ofício capaz de colocá-los em prática, saberes esses que podem ser pertinentes em si mesmos, *mas que nunca são reexaminados à luz do contexto real e complexo de sala de aula* (grifo nosso)." (GAUTHIER *et al*, 2006, p.27)

1.1 O QUE É O PROGRAMA RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA?

E Segundo o edital do Programa Residência Pedagógica:

> O Programa de Residência Pedagógica é uma ação implementada pela Capes para atender aos objetivos da Política Nacional de Formação de Professores da Educação Básica do Ministério da Educação. Visa fomentar projetos inovadores que estimulem a articulação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura, conduzidos em parceria com as redes públicas de educação básica. (UFT, 2018)

Ou seja, trata-se de um programa de formação de professores e futuros professores e como já vivenciamos o programa, desde agosto de 2018, acreditamos que essa será uma oportunidade de expor nossas vivências e (re) dimensionar as possibilidades, e potencialidades das (nas) escolas-campo de Araguaína na busca por outras e/ou novas metodologias de ensino e atuação do professor de matemática em perspectiva com a Universidade e demais instituições e sociedade envolvidas. O edital do programa afirma como objetivos:

> a) Aperfeiçoar a formação dos discentes de cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e conduzam o licenciando a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente, utilizando coleta de dados e diagnóstico sobre o ensino e a aprendizagem escolar, entre outras didáticas e metodologias; b) Fortalecer, ampliar e consolidar a relação entre a IES e a escola, promovendo sinergia entre a entidade que forma e a que recebe o egresso da licenciatura e estimulando o protagonismo das redes de ensino na formação de professores. (CAPES, 2018)

De acordo com Costa e Fontoura (2015), existem cinco propostas que podem colaborar para a criação de espações de discursões, trocas e reflexão da prática pedagógica que são:

> 1- A formação de professores deve assumir uma forte componente práxica, centrada na aprendizagem dos alunos e no estudo de casos concretos, tendo como referência o trabalho escolar;
>
> 2- A formação de professores deve passar para "dentro" da profissão, isto é, deve basear-se na aquisição de uma cultura profissional, concedendo aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens;
>
> 3- A formação de professores deve dedicar uma atenção especial às dimensões pessoais da profissão docente, trabalhando essa capacidade de relação e de comunicação que define o tacto pedagógico;
>
> 4- A formação de professores deve valorizar o trabalho em equipe e o exercício coletivo da profissão docente, reforçando a importância dos projetos educativos de escola;
>
> 5- A formação de professores deve estar marcada por um princípio de responsabilidade social, favorecendo a comunicação pública e a participação profissional no espaço público da educação. (COSTA, FONTOURA, 2015, pag. 167)

O programa PRD traz a proposta de oferecer esses espaços, citados por Nóvoa, pois até nestes primeiros meses já nos oportunizou participar de momentos de discursões, trocas e reflexão de prática.

Acreditamos na importância de consolidar e ampliar a relação entre as escolas e as universidades, pois assim existe uma possibilidade do discente aprender participando e de modo geral construindo suas metodologias de ensino enquanto futuro professor, em contrapartida o professor preceptor tem a oportunidade de se atualizar e reconstruir seus métodos de ensino, tendo em vista que este estará em contado com a Universidade, oportunizando a participação de formações e eventos em geral. Sem contar que a escola campo também é beneficiada com toda essa movimentação, servindo de laboratório ativo nessas novas experiências de orientadores, preceptores, residentes e alunos.

2- METODOLOGIA

Tivemos início das atividades em 20 de Agosto de 2018, onde recebemos um oficio convidando-nos, diretora, coordenador de área e professor – preceptor, para o I Seminário do Programa Residência Pedagógica, na oportunidade preceptores, coordenadores e residentes participaram de palestras e discursões com tema: Avanços e desafios da articulação entre teoria e pratica superior e educação básica. E também o gestor da escola campo e coordenador da área de matemática, e os demais participamos da abertura oficial na Universidade Federal do Tocantins – *Campus* Araguaína (Cimba).

A partir desse ponto tivemos reuniões de equipe com coordenador e discutimos como trabalhar o programa nesse término de ano. Como combinado, as três equipes visitaram as três escolas campo nos meses de setembro a dezembro de 2018, produzindo relatórios de reconhecimento de cada setor das escolas campo, estudando os Projetos Politico Pedagógico (PPP) de cada escola, participando de planejamentos de professores da escola juntamente com seus preceptores, e na escola Marechal Rondon, os residentes foram convidados a participar das formações continuadas que a Delegacia Regional de Ensino – DRE ofereceu aos professores de matemática nesse período.

No Instituto Federal do Tocantins os residentes tiveram a oportunidade de conhecer setores administrativos e de ensino, como também conhecer um pouco, a partir dos servidores os desafios, as rotinas e gargalos inerentes a um *Campus* da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica.

Todos os residentes se mostraram comprometidos com o plano de trabalho, se subdividiram para a coleta de dados e trabalharam muito bem em equipe. Os residentes receberam artigos para estudos e foram orientandos a produzirem artigos para a participação de futuros eventos.

Já em 2019 iniciamos com o planejamento de oficinas, monitorias, observações dos bolsistas em sala de aula e a regência. As monitorias são ofertadas no contra turno para aqueles alunos que mais apresentam dificuldades de aprendizagem, os bolsistas também auxiliam durante as aulas em período normal. Por serem equipes de 8 a 10 bolsistas subdividimos em duplas, para poderem fazer seu atendimento e

acompanhamento durante as aulas, pois seria inviável ter oito ou mais bolsistas numa sala de aula que vária no número de 25 a 35 alunos.

Iniciou-se assim a presente investigação tendo aspecto bibliográfico e elementos da pesquisa ação, pois refletiu a prática sob as lentes da literatura para atuar na direção da transformação significativa, como assertivamente defende Somekh (2003).

3. MARCO TEÓRICO

Um dos fatores que agravam o processo ensino aprendizagem é a formação do professor, tanto na universidade quanto após o termino da graduação, enquanto está atuando em sala de aula, e para confirmar nossa fala podemos citar trechos dos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN de Matemática onde diz:

> Entre obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de matemática, aponta-se a falta de formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas. (BRASIL, 1998, pag. 21)

Ou seja, investir na formação de professores é uma das formas de buscar a melhor no processo de ensino e aprendizagem. Segundo os PCNs muito já vem sendo feito para sanar os problemas citados, porém ainda não atingiram todos os professores e por isso não houve ainda uma melhora significativa nesse quadro desfavorável do ensino de matemática no Brasil.

Outro trecho interessante, nos PCNs, fala da necessidade de uma mudança na formação do professor, tanto na inicial quanto na formação continuada, pois a maioria dos graduandos de licenciatura não saem prontos para a sala de aula quando concluem a universidade, essa má formação reflete no ensino, pois desprovido de oportunidades de melhorias e como nem sempre o professor tem a possibilidade de usar recursos para docência, e/ou os que têm nem sempre tem o conhecimento de como usar esses recursos, o professor acaba se apegando basicamente nos livros didáticos, que nem sempre são de boa qualidade para o ensino.

> (...) A formação dos professores, por exemplo, tanto inicial quanto continuada, pouco tem contribuído para qualificá-lo para o exercício da docência. Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas em sala de aula, os professores apoiam- se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (BRASIL, 1998, pag. 22).

Por ter sido criando há poucos anos, Programa Residência Pedagógica ainda precisa ser analisado sobre suas vantagens e desvantagens na formação de professores, tendo em vista que se trata de uma ação implementada pela Capes para atender aos objetivos da Política Nacional de Formação de Professores da Educação Básica do Ministério da Educação.

Pouco já foi pesquisado a respeito do programa RD, apesar de que já vem sendo discutido desde 2007, inspirado na residência médica, proposta pelo Senador Marco Maciel (DEM/PE), a proposta inicial seria:

> A residência educacional teria carga horária mínima de 800 horas e, dois anos após haver sido implementada, passará a se exigir certificado de aprovação para professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Tratava-se de uma concepção de modalidade ulterior à formação inicial a qual denominou de Residência Educacional, incluindo para isto uma proposta de alteração ao artigo 65 da LDBEN/96. (SILVA, CRUZ. 2018, pag.230).

Na verdade houve mudanças no programa desde a proposta inicial, tendo em vista que agora o PRD é oferecido para os cursos de licenciaturas em geral, antes o programa foi testado em alguns municípios com residentes discentes em pedagogia, e preceptores das series iniciais, em algumas escolas.

Alguns pesquisadores que já escreveram a cerca desse programa defende suas aplicabilidades, como no caso do programa PRD desenvolvido em Niterói, RJ, no ano de 2011, que se iniciou no primeiro ano do estágio probatório para professores ingressantes na rede municipal de ensino.

Segundo Costa e Fontoura (2015), os resultados obtidos ao finalizar sua pesquisa nessa escola foram as seguintes características:

> "a) Oportunizarão da formação dos professores ingressantes dentro do horário de trabalho; b) Proposição de atividades que possibilitaram aos professores envolvidos em dar visibilidade aos seus trabalhos, permitindo a troca entre seus pares, principalmente professores regentes e residentes; c) Análise das produções dos alunos, de forma colaborativa; d) Reflexão constante das práticas docentes em foco na melhoria da aprendizagem dos alunos, a partir do planejamento dos conteúdos que eles deveriam aprender; e) Contar com uma assessoria pedagógica. Identificamos, genericamente, que a proposta de trabalho estava baseada em três pilares: formação continuada em serviço, assessoria pedagógica e monitoramento/avaliação." (COSTA, FONTOURA, 2015, pag. 173).

Já Silva e Cruz (2018), que acompanharam o PRD desde sua proposta inicial, colocam em dúvida as aplicabilidades do programa,

> "Nesse sentido, entendemos ser a proposta de RP uma política de regulação que, entretanto, há dúvidas se realmente desenvolverão processos de elevação da qualidade da Educação Básica. A questão é ficar atento as contradições, seja possível para estabelecer uma contra regulação que possibilite o desenvolvimento de uma formação de caráter emancipador." (SILVA e CRUZ, 2018, pag. 240)

E ainda diz:

> O que se evidencia é que há, nesse contexto, uma reposição do papel centralizador do Estado por meio de agências de regulação. No Brasil, a Capes é uma agência reguladora que, sob a ótica do Estado gerencialista, exerce, com eficiência, a avaliação dos resultados da pós-graduação, o que faz com que ela seja indispensável, deste ponto de vista, para a formação dos profissionais do magistério da Educação Básica. Tal coordenação nem considerou a experiência já acumulada pela residência docente proposta no Colégio D. Pedro II e no Centro Pedagógico da UFMG para inserir algumas prerrogativas no edital da RP. (SILVA, CRUZ, 2018, pag. 242)

Ou seja, ainda há muito que investigar a cerca desse novo programa, e pretendemos, contudo prosseguir na observação e analise quanto suas aplicabilidades e contribuições para as Escolas Campo as quais o programa foi implantado e também aos que estão envolvidos no programa como um todo, residentes, preceptores e coordenadores.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES: VIVENCIAS COM RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA

Tudo é novo para nós professores envolvido na Residência Pedagógica, quiçá aos residentes, visto que somos frutos do passado, porém em constante formação e transformação como seres humanos. Carregamos marcas de escolas tradicionais e, em alguns casos, de escolas com baixíssima infraestrutura. Entretanto, atendemos uma geração conectada e com o mundo na palma da mão (com seus *smartphones*, *tablets* e outros) ou com a privação destes instrumentos e ferramentas tecnológicas o que acentua a urgência por diálogos mútuos e colaborativos entre a universidade, escolas na formação na busca e construção de outros e novos olhares a respeito do mundo, da vida, da matemática, da educação e do nosso meio.

Os planejamentos e encontros entre coordenação, preceptores e residentes tem sido espaço para esta busca, fomentando espirito colaborativo e investigador, como também formação em nível de mestrado e doutorado. Nesse sentido os residentes vêm mostrando desejo de não apenas prosseguir na docência, mas seguir rumo às pós-graduações tendo em vista o conhecimento complexo, plural e em constante transformação que é o exercício laboral do educador matemático.

É oportuno afirmar que a Residência Pedagógica aponta na direção de um novo desenho dos estágios dos cursos de licenciatura, possibilita aos residentes maior vivência no ambiente escolar dando-lhes tempo para maturação de olhares inovadores à pratica, gestão escolar e seus múltiplos desafios frente à

sociedade cada vez mais digital e sedenta por espaços de plurais saberes, competências e habilidades não deixando de fora a formação do educador matemático.

5. CONCLUSÃO

Até o momento podemos afirmar que o programa vem surtindo bons resultados, pois pudemos observar o envolvimento dos bolsistas e a oportunidade que estão tendo de conhecer a escola de modo geral, desde o planejamento de professores, reuniões de professores, conselho de classe, e também a vivencia com os alunos. Esse contato é muito importante para sua formação de professor.

A Residência Pedagógica, ainda, têm contribuído não apenas na construção e organização de saberes docente a fim de desenvolver bem atividades de ensino em sala de aula, mas no compreender aspectos de caráter subjetivo do próprio funcionamento da escola no que diz respeito à gestão, infraestrutura da escola e setores escolar, esporte e lazer e relações humanas que envolvem o sujeito professor. Como também o quanto estes setores escolares podem fornecer materiais/dados com potencial capacidade de inovação do ensino, pesquisa e investigação do professor de matemática. Sugerimos, pois, a partir deste estudo/relato introdutório a permanência e continuidade do Programa Residência Pedagógica como também o continuo estudo, acompanhamento do mesmo.

REFERÊNCIAS:

[1] Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : Mec / Sef, 1998. 148 p.

[2] Costa, Luciana Laureano, Fontoura, Helena Amaral. Residência pedagógica: criando caminhos para o desenvolvimento profissional docente. Revista @mbienteducação Universidade Estado de São Paulo: v. 9, n.2, 161 – 177, 2015. Disponível em: http://publicacoes.unicid.edu.br/index.php/ambienteeducacao/article/view/523/496. Acesso em: 21 de ab. 2019.

[3] Gauthier, Clermont et al. Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. 2ª ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2006.

[4] Silva e Cruz, A Residência Pedagógica na formação de professores: história, hegemonia e resistências. Revista Momento: diálogos em educação, v. 27, n. 2, p. 227-247, mai./ago, 2018.

[5] Somekh, Bridget. Theory and passion in action research. Educational Action Research, Oxf Action Research ord, v. 11, n. 2, p. 247-264, 2003.

[6] Tardif, Maurice. Saberes docentes e formação profissional. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2002.

Capítulo 4

Monitorias de Matemática: Algumas implicações para iniciação à docência

Lucas Pereira de Araújo
Fernando Araújo de França
Maycon Brendo Rodrigues Moura

Resumo: Neste trabalho, discorre-se sobre a realização de uma ação pedagógica voltada a monitorias. A mesma foi desenvolvida pelo Núcleo do PIBID de Matemática, vinculado ao Curso de Licenciatura em Matemática e ao Colégio Estadual Professora Silvandira de Sousa Lima, como Instituição de Ensino colaboradora. O objetivo primeiro é contribuir para a formação matemática dos alunos do colégio. Os procedimentos metodológicos adotados articulam-se de diferentes formas com a obtenção de dados estatísticos do SGE (Sistema de Gerenciamento Escolar), a realização de diagnósticos específicos de turmas previamente indicadas pela gestão escolar, bem como ações de planejamento executadas pelos bolsistas a partir do planejamento dos professores de matemática da unidade de ensino, que contemplam temáticas do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Como resultados iniciais, identificou-se que: os alunos apresentam dificuldades nas operações aritméticas fundamentais; houve interação dos bolsistas com outros profissionais da escola, dentre eles, da equipe gestora e da área de matemática; houve contato dos bolsistas com elementos essenciais do labor docente, no que diz respeito ao planejamento, à identificação de dificuldades específicas de aprendizagem, e à iniciação à docência propriamente dita.

Palavras-chave: Espaço escolar; PIBID; Iniciação à Docência;

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho explana as experiências e as contribuições do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) – vinculado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) e implantado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) –, que possibilita o melhoramento da prática docente dos estudantes de licenciatura.

Neste sentido, a CAPES, que é vinculada ao Ministério da Educação e Cultura (MEC), acrescenta que:

> Os objetivos do PIBID são: incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica; inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem; e incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como coformadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério. (Brasil, 2018, p.1).

O núcleo do PIBID do curso de licenciatura em Matemática é dividido em três equipes de trabalho para três unidades escolares da rede estadual de ensino, distribuídos dentro da cidade de Araguaína – TO. Uma das unidades escolares é o Colégio Estadual Professora Silvandira Sousa Lima, situado na Rua 10, no Setor Vila Couto Magalhães, atendendo a cerca de oito bairros vizinhos. O colégio possui cerca de 760 alunos matriculados desde as séries finais do ensino fundamental até a terceira série do ensino médio, e ainda conta com um quadro de 54 funcionários – sendo que 24 deles são docentes. Como já mencionado, a unidade de ensino dispõe de um dos grupos de trabalho do PIBID, que é formado por nove acadêmicos do curso de licenciatura em matemática, que são divididos em três subgrupos de três pessoas para os trabalhos internos dentro da unidade de ensino. No colégio também há outros programas como: "Atleta na Escola", "Novo Mais Educação" e "Residência Pedagógica".

Com o intuito geral de contribuir para a formação matemática dos alunos da unidade escolar e tendo em vista um déficit no rendimento dos educandos na disciplina em questão, o qual foi apresentado pela coordenação pedagógica, fez-se necessário o planejamento de monitorias com os conteúdos que os alunos encontravam dificuldades. Então, a partir desse diagnóstico inicial, podemos dizer que os objetivos vinculados à atuação dos bolsistas eram: a) aprimorar a prática pedagógica dos bolsistas do núcleo; b) promover a cooperação entre os discentes e os docentes para a melhoria do ensino; c) cooperar para minimização dos impasses de repetência, evasão escolar e de falta de motivação dos alunos. Dentro desses aspectos, a efetivação das aulas de monitorias, como supracitado, influenciou a formação docente dos bolsistas vinculados ao Núcleo do PIBID de Matemática.

Quanto à organização lógica para a execução das atividades de monitoria, foram utilizados os registros pessoais de cada pibidiano em seus cadernos de bordo, a consulta de literaturas correspondentes à educação e iniciação à docência, os depoimentos e o auxílio de profissionais da educação inseridos no ensino local – que compartilharam dados sobre o desempenho dos discentes e experiências vivenciadas em sala de aula na escola –, e o planejamento em equipe dos conteúdos e do cronograma de realização com o adjutório da gestão escolar.

2. DESCREVENDO PROCESSOS FORMATIVOS

No primeiro contato dos acadêmicos com as dependências da escola e com seu quadro de alunos e profissionais, a equipe, em reunião de planejamento, decidiu que uma das primeiras tarefas seria a realização de uma análise do rendimento escolar por turma, por meio da plataforma de dados denominada Sistema de Gerenciamento Escolar (SGE), disponibilizada pela Secretaria de Educação do Estado do Tocantins (SEDUC-TO). A gestão escolar de imediato providenciou o acesso, para que, ao ser identificado o baixo desempenho dos alunos com a disciplina de matemática, planejássemos atividades direcionadas aos objetivos que foram explicitados anteriormente.

O surgimento das monitorias fundamentou-se também após a análise da forma de avaliação utilizada pela escola – distribuição de notas, em que se percebeu a necessidade de exercer influência sobre os aspectos motivacionais relacionados à participação dos alunos na monitoria.

Então, em diálogo com os professores regentes que lecionam matemática na unidade escolar, apresentamos a opção de também participarmos da avaliação dos alunos. Essa participação ocorreria por meio das atividades realizadas nos encontros de monitorias no contraturno, bem como durante as aulas, quando os bolsistas do núcleo participavam das mesmas.

Segundo o Projeto Político Pedagógico (PPP) da unidade escolar, quanto aos métodos de avaliação, acrescenta-se:

> Pensando no intuito de fazer os discentes valorizarem o estudo e melhorarem seu desempenho no que se refere à aprendizagem e assim ocorrer uma melhora nos resultados da U.E, a comunidade escolar decidiu que a avaliação que acompanha todo o processo de aprendizagem seria disposta de acordo com Critérios de avaliação acordados com a equipe escolar: (4 notas para concluir a nota do bimestre) a) Avaliação final do bimestre, (valor: 4,0); b) Testes/Simulado, (valor: 2,0); c) Trabalhos/Pesquisas/Seminários, (valor: 2,0); d) Avaliações contínuas: Participação/ vistos/Leitura e Produção de textos, (valor: 2,0). (Col. Est. Prof. Silvandira Sousa Lima, 2018, p. 14).

Ao propor a ideia aos professores, os mesmos disponibilizaram para a equipe de PIBID o *item d*, previsto no PPP da escola. Assim, as atividades realizadas durante as monitorias seriam repassadas aos professores no final do bimestre, e posteriormente pontuadas como participação em sala de aula.

Dessa forma, destaca-se que uma das implicações que essas monitorias com os alunos da escola proporcionaram, foi justamente um processo formativo de duplo sentido. Ao mesmo tempo em que os bolsistas planejavam, estudavam, organizavam atividades para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, também eram impactados por eles, ao perceberem situações em que o desempenho dos alunos era favorecido. Nesse sentido, o pensamento de Schneider (2006), que diz:

> O trabalho de monitoria é uma atividade formativa de ensino que pretende possibilitar ao acadêmico-monitor certa experiência com a orientação do processo de ensino-aprendizagem, além de contribuir para o desenvolvimento da competência pedagógica e auxiliar na apreensão e produção do conhecimento. (Schneider, 2006 *apud* Carneiro, A. R. S.; Dias, J. L.; Aguiar, A. M. G.; Cavalcante, A. N.; 2017, p.1).

Vinculado aos propósitos das monitorias, encontrava-se também o desejo de melhorar o desempenho dos alunos que apresentavam um histórico de repetência ou de dificuldades para a compreensão dos conteúdos matemáticos que estavam em pauta nas aulas. Esse acompanhamento possibilitou a identificação da natureza das dúvidas apresentadas, as quais foram inicialmente categorizadas como conceituais (nessa situação, o aluno não era capaz de enunciar o que era proposto pelo conteúdo matemático) e operacionais (quando o aluno apresentava dificuldades em resolver situações que envolviam as operações elementares).

Convém destacar que o acompanhamento de aulas regulares corroborou com o trabalho dos professores que estavam em sala de aula, uma vez que naturalmente permitiu que um número maior de alunos fosse atendido nas suas dificuldades individuais. Sobre esse ponto, conjecturou-se entre os bolsistas se seria possível controlar a evasão de alguns alunos, que não estavam na correlação ideal de faixa etária/ano escolar e também não apresentavam resultados satisfatórios. Com essa intenção, os pibidianos acompanharam um a um os alunos que não possuíam êxito nas atividades e avaliações. Em média, distribuímos quatro alunos por pibidiano, fazendo alterações conforme a frequência dos alunos; também foi dada atenção aos alunos que, mesmo com notas boas, frequentam as monitorias para aprimorar seus conhecimentos.

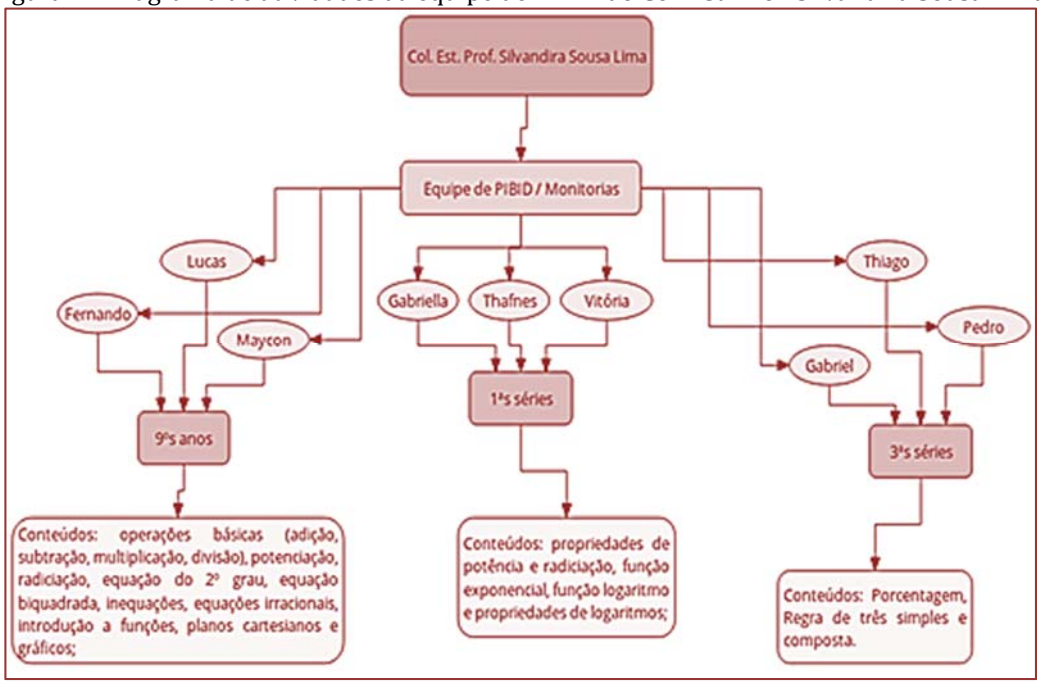
Para os processos metodológicos de execução das monitorias, foi previamente analisado o rendimento das turmas dos sextos aos nonos anos do ensino fundamental e das primeiras às terceiras séries do ensino médio. A referida análise se restringiu à disciplina de matemática, no período do primeiro semestre de 2018, abrangendo todos os conteúdos lecionados previstos na estrutura curricular do colégio. Assim, com olhos nos bimestres vindouros para a finalização do ano letivo, a equipe procurou à risca os conteúdos que seriam lecionados no terceiro e no quarto bimestre. E assim buscamos planejar as monitorias conforme foram sendo lecionadas as aulas, em consonância com os professores ministrantes.

Todos os dados estavam disponíveis na plataforma do Sistema de Gerenciamento Escolar (SGE), acessada com o auxílio da coordenação escolar. Nessa plataforma ficam explícitos gráficos e tabelas correspondentes ao desempenho do corpo discente escolar; os dados são disponibilizados tanto por turma, quanto por aluno em particular.

Mesmo com a apresentação dos dados analíticos do SGE, o núcleo, em consenso, achou necessária a aplicação de uma prova diagnóstica abordando conteúdos básicos de matemática. A avaliação foi direcionada somente a quatro séries, que do ponto de vista da aprendizagem necessitavam de maior atenção: os oitavos e nonos anos do ensino fundamental e as primeiras e terceiras séries do ensino médio. Os conteúdos das avaliações eram os seguintes: sólidos geométricos (para os oitavos anos), equações do segundo grau (para os nonos anos), funções e regra de três simples e composta (para as primeiras e as terceiras séries do ensino médio). Convém esclarecer que os conteúdos foram escolhidos com base na matriz curricular da disciplina do bimestre e a partir do diálogo com os professores das turmas citadas.

A análise do diagnóstico foi importante, pois nos levou de forma concreta às principais dificuldades dos alunos, propiciando assim um melhor planejamento das monitorias e maior eficácia no trabalho. Logo após o diagnóstico, a equipe de trabalho, composta por nove acadêmicos, dividiu-se para uma melhor distribuição das tarefas. Em relação à divisão dos monitores para o atendimento, dividimo-nos de acordo com o grau de domínio de conteúdo de cada monitor. Lucas, Fernando e Maycon (com as turmas de 9º anos) – conteúdos: operações básicas (adição, subtração, multiplicação, divisão), potenciação, radiciação, equação do 2º grau, equação biquadrada, inequações, equações irracionais, introdução a funções, planos cartesianos e gráficos; Gabriella, Thafne e Vitória (com as turmas de 1ª séries) – conteúdos: propriedades de potência e radiciação, função exponencial, função logaritmo e propriedades de logaritmos; Pedro, Thiago e Gabriel (com as turmas das 3ª séries – aula pré - ENEM) – conteúdos: Regra de três simples e composta. Observe o esquema presente na figura abaixo:

Figura 1 – Diagrama de atividades da equipe de PIBID do Col. Est. Prof. Silvandira Sousa Lima.



Durante o planejamento, os pibidianos necessitaram de atenção e concentração especial para estudar os conteúdos que seriam abordados em suas monitorias. Por exemplo, no que diz respeito à revisão literária, foram utilizados livros da coleção "Matemática: Ciência e Aplicações" (IEZZI, *et al,* 2010), e outras literaturas disponíveis em plataformas online, como: "Mundo da Educação" e "Brasil Escola". O roteiro de planejamento era pautado em fazer uma revisão de conteúdos lecionados em sala de aula e resolução de exercícios de fixação relacionados.

Dentre os desafios encontrados pelos bolsistas e explicitados nos encontros de planejamento, o principal talvez fosse o contato com os alunos, na condição docente e discente, ou melhor, explicando a execução das monitorias. Assim eram cogitados fatos inusitados que pudessem eventualmente acontecer; nesse caso, era necessário que aprimorássemos ao máximo os conhecimentos adquiridos quando pertencentes à educação básica.

Os encontros de monitorias iniciaram-se na maioria das vezes com um breve diálogo a respeito do que estava sendo trabalhado em sala de aula, e posteriormente dar-se-ia início ao restante do planejamento como: revisão e exercícios. Com isso, logo que se iniciava a revisão dos conteúdos, foi identificado que uma parcela considerável de alunos, já em séries avançadas, apresentava dificuldades com as operações básicas como: adição, subtração, multiplicação e divisão, algo essencial para o desenvolvimento e compreensão das temáticas a serem estudadas. Para essas situações, os bolsistas buscaram, com os conhecimentos que possuíam, traçar um plano de aula que abrangesse essas necessidades em tempo hábil, no período da aula. Em decorrência desses acontecimentos, todos os planos de aula vindouros foram modificados de tal forma que revisávamos também as operações mais simples de cada um dos exercícios.

Quanto ao contato dos bolsistas com os alunos dentro da sala de aula, buscávamos nos relacionar ao máximo com os alunos, procurando entender as dúvidas que eram manifestadas sobre os conteúdos. A intenção era dar atenção especial a cada um e, assim, interagíamos com eles enquanto utilizávamos a lousa para explanar suas dúvidas, como evidenciado nas figuras 2 e 3.

Em um dos planejamentos, optamos por utilizar mídias digitais nas monitorias, como videoaulas, deixando os bolsistas mais propícios para os atendimentos e monitoramentos em sala. Essa era uma tentativa de diminuir a distração que fora observada nos alunos durante as monitorias anteriores, ainda que essas distrações ocorressem em menor proporção do que ocorriam na sala de aula. Em virtude disso, tomamos algumas medidas, como expor vídeos com conteúdos matemáticos, conforme previsto no planejamento; já no decorrer da aula, buscávamos por atendimentos individualizados.

Figuras 2 e 3- Monitoria com alunos das turmas de 9º ano do ensino fundamental.

Na segunda metade de cada monitoria, os pibidianos buscavam apresentar aos alunos exercícios de fixação, como forma de exploração dos problemas. A cada encontro, buscávamos saber também sobre a satisfação dos alunos quanto às aulas de que estavam participando. Além disso, procurávamos nos inteirar sobre o quanto lhes agradavam as atividades e se o acompanhamento dos bolsistas estava sendo satisfatório, na percepção dos alunos que participavam das monitorias.

Uma medida de ensino estudada pela equipe do PIBID junto aos professores de matemática são as oficinas didáticas, que propiciam uma forma diferenciada para a aplicação de conteúdos, pois deixam as aulas de monitorias dinâmicas e interessantes, contribuindo para uma melhor aprendizagem.

Assim, o conteúdo que envolvia trigonometria foi investigado pelos bolsistas; e, em suas consultas à internet, encontraram um dominó trigonométrico, o qual foi confeccionado durante os encontros de monitoria e aplicado aos alunos. Também, para o conteúdo de sólidos geométricos, utilizamos canudos e fitas e, junto aos alunos, construímos alguns sólidos geométricos. Nessa tarefa, contamos com a doação dos materiais pela escola e montamos diversos poliedros com os alunos participantes, por meio da realização de oficinas. Nelas exploramos a identificação e a nomenclatura dos elementos constitutivos de cada poliedro.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS E RESULTADOS PRELIMINARES

Os reflexos dos fatos descritos aqui ecoam de forma direta no labor docente, o qual é almejado pelos bolsistas. Os resultados, observados no decorrer da experiência, levaram os bolsistas a compreenderem melhor as situações que podem ocorrer dentro da sala de aula. As monitorias permitiram a identificação de dificuldades dos alunos com operações básicas de matemática e propiciaram aos pibidianos uma interação com o corpo de discentes, por meio de ações pedagógicas. A interação também ocorreu com a gestão educacional da unidade, por meio de auxilio a projetos interclasses que envolviam a matemática e a educação num sentido mais amplo.

As monitorias, em geral, tiveram resultados positivos, pois elas ampliaram os horizontes dos bolsistas, instigando-os quanto à necessidade de identificar o conhecimento de cada aluno, para suprir as demandas de cada um. As discussões promovidas pela equipe de bolsistas nas reuniões de planejamento esclarecem que os encontros de monitoria proporcionam, aos mesmos, oportunidades diversas para participarem efetivamente das experiências de construção de conhecimento dos alunos da escola. Os alunos, por sua vez, favorecem a formação docente dos bolsistas; há, portanto, um processo que se constitui de forma recíproca.

Um aspecto negativo inicial identificado pelos bolsistas foi o índice pouco expressivo de alunos participantes nas monitorias. A distância entre as residências dos alunos que moram nos bairros circunvizinhos e a escola tornou-se o fator preponderante nas justificativas, pois tal deslocamento implicaria em despesas. Uma reunião com a equipe gestora da escola discutiu o problema e as soluções. Nesse sentido, a equipe gestora realizou uma demanda junto à Diretoria Regional de Ensino, para que os alunos pudessem utilizar o transporte escolar conforme um cronograma que foi fixado previamente. Essa medida favoreceu o atendimento dos alunos por meio das monitorias.

Outro aspecto importante e relevante, que será positivo na vida profissional de cada bolsista quando estiverem trabalhando na educação básica, foi o aprendizado sobre a plataforma online que administra e registra notas, conteúdos e principalmente o desempenho dos alunos. Com o auxílio e a supervisão constante do corpo docente da coordenação pedagógica e da gestão escolar, a equipe de bolsistas conheceu melhor o SGE, tendo um contato direto com seu manuseio, fato que pode ser relevante caso venham a ingressar na rede estadual de ensino.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Edital nº7/2018, de 01 de março de 2018. Dispõe da chamada pública para a apresentação de propostas ao programa institucional de bolsas de iniciação à docência (PIBID). Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Brasília, DF, 01 mar. 2018. Disponível em: <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/editais/01032018-Edital-7-2018-PIBID.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2019.

[2] Carneiro, Ana Rita Sampaio et al.. A importância da atividade de monitoria na formação acadêmica dos alunos e do monitor – relato de experiência... In: Anais do IV Outubro Acadêmico - UNINTA. Anais...Sobral(CE) UNINTA, 2017. Disponível em: <https//www.even3.com.br/anais/4outubroacademico/64777-A-importancia-da-atividade-de-monitoria-na-formacao-academica-dos-alunos-e-do-monitor--relato-de-experiencia>. Acesso em: 12/06/2019.

[3] col. Est. Prof. Silvandira Sousa Lima. Projeto Político Pedagógico. Araguaína, 2018.

[4] Iezzi, G. *et al.* Matemática : ciência e aplicações. Vol. 1. São Paulo: Atual, 2010.

Capítulo 5

Trabalhando com alguns padrões numéricos da Aritmética Pitagórica: Significados produzidos por professores

Lucca Jeveaux Oliveira Bonatto
Rodolfo Chaves
Alexandre Krüger Zocolotti
Tiago Magno de Souza Dutra

Resumo: Neste texto analisamos a produção de significados, a partir do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), em uma oficina aplicada na VI Escola de Inverno de Educação Matemática (EIEMAT) da Univesidade Federal de Santa Maria – RS (UFSM), ao trabalharmos com sequências de números figurados e a determinação de termos gerais a partir de recursividade. Nosso objetivo naquele momento pedagógico de formação continuada foi analisar alguns significados produzidos pelos participantes em atividade com o material didático-pedagógico produzido, a partir de recicláveis, bem como com a proposta de ações e operações apresentadas. No que se refere ao tratamento dos dados utilizamos o processo de análise de produção de significados, pertinente ao MCS, e para coleta dos mesmos usamos gravações de áudio, anotações em cadernos de campo e fotos. De posse de resíduos de enunciações dos participantes, realizamos leituras positivas e plausíveis, com vistas à interpretação das enunciações feitas pelos atores. A oficina contou com vinte e quatro participantes, divididos em grupos de quatro pessoas, acompanhados por um monitor em cada grupo. Das análises concluímos que todos os atores produziram significados para o tema central, além de confirmarmos a relevância do trânsito entre os modos de produção de significados (MPS) a partir da dinâmica proposta.

Palavras-chave: Números pitagóricos; Produção de significados; Método de análise da produção de significados; Formação de professores.

1.INTRODUÇÃO

Este texto e fruto de um trabalho de formação continuada de professores e apresenta alguns resultados de uma pesquisa, em andamento, que surgiu a partir do Projeto de pesquisa e extensão "Pitágoras: em (e além do) Teorema" (SIGPesq – Ifes, PJ00004234), desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), do qual participam oito graduandos da Licenciatura em Matemática do Instituo Federal do Espírito Santo – *campus* Vitória (Limat – Ifes), dois professores do Limat, além de um mestrando em Educação em Ciências e Matemática, também do Ifes (Educimat), com seu respectivo orientador.

No referido projeto realizamos estudos, atividades de extensão que atendam a formação (inicial e continuada) de professores que ensinam Matemática, práticas pedagógicas com alunos da Educação Básica e licenciandos em Matemática e pesquisas acerca da produção pitagórica – na qual nos organizamos em três vertentes a saber:

(*i*) *Demonstrações históricas do Teorema de Pitágoras*;

(*ii*) *História da escola pitagórica e da suposta existência* (*ou não*) *de Pitágoras*;

(*iii*) *Aritmética pitagórica* (*AP*).

Nós, autores deste texto, nos inserimos na frente *AP*, no entanto, não podemos deixar de esclarecer que há a participação, tanto de forma indireta quanto direta, dos participantes das outras frentes, visto que mantemos reuniões semanais para compartilhamos informações a respeito do que produzimos, em cada uma dessas frentes e decidimos novas ações (plenárias).

A pesquisa desenvolvida foca a formação (inicial e continuada) de professores que ensinam Matemática, onde os atores são licenciandos e professores de redes públicas que participaram de nossas oficinas – práticas de extensão – a respeito do tema – "Alguns padrões numéricos da Aritmética pitagórica" – ao longo dos últimos dois anos. Adotamos o processo de análise da produção de significados, com base no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), para analisarmos a dinâmica da produção de significados relativa ao tema, com esses atores envolvidos em nossas práticas de extensão. Este processo é apresentado em Silva (2003, p. 48-103) e "toma como premissa uma 'leitura positiva' da produção de significados dos sujeitos de pesquisa." (SILVA, 2003, p. 48, grifos do texto), bem como uma leitura plausível[1] dos resíduos de enunciação[2] dos autores/leitores (atores do processo).

No texto em curso a, propomos-nos apresentar uma análise da produção de significados, a partir da dinâmica do processo instaurado, fruto das ações enunciativas dos atores da pesquisa, no que se refere a uma proposta de prática a respeito de padrões numéricos pitagóricos, onde adotamos a teoria da atividade (LEONTIEV, 1984) e as noções de tarefas na perspectiva de Luria (1990) como base epistemológica.

No subgrupo AP, logo no início, reunimo-nos e decidimos estudar o assunto "Números figurados planos" – ou números poligonais – pois nos causou interesse e despertara-nos curiosidade, visto que, na disciplina curricular que cursávamos – Cálculo diferencial e Integral II – tratávamos de sequências e séries. Tais números podem ser mostrados e encontrados em formas de leitura relativas à natureza e, por exemplo, exemplificado pelo alinhamento de aves em um formato triangular. Vale frisar que esta formação, que se assemelha a um número triangular, mas não é, encontra-se na gênese pitagórica do estudo desses números, isto porque uma sequência numérica é considerada de números figurados quando estes advêm de uma disposição poligonal triangular, quadrada, pentagonal, hexagonal etc. (figura 01).

[1] No compartilhamento, ou não, de um espaço comunicativo é fundamental o entendimento de leitura plausível e leitura positiva em contraposição à "leitura pela falta piagetiana". Leitura plausível é quando "Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível. (LINS, 1999, p. 93, grifos do texto) (...) indica um processo no qual o *todo* do que eu acredito que foi dito faz sentido." (LINS, 2012, p. 23, grifos do texto). "Plausível porque 'faz sentido', 'é aceitável neste contexto'" (LINS, 2012, p. 23, grifos do texto). Quando procuramos estabelecer um espaço comunicativo entre autor, texto e leitor, buscamos uma convergência que "se estabelece apenas na medida em que [autor e leitor] compartilham interlocutores, na medida em que dizem coisas que o outro diria e com autoridade que o outro aceita." (LINS, 1999, p. 82, grifos do texto).

[2] "Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém. (...) Um resíduo de enunciação não é nem menos, nem mais importante que uma enunciação: ele é *de outra ordem*." (LINS, 2012, p. 27, grifos do texto).

Das análises realizadas, identificamos que as categorizações das estipulações locais identificadas possibilitou-nos verificar a relevância de sistematizarmos o trânsito dos modos de produção de significados (MPS) para que os atores alcançassem o objetivo proposto.

No que se refere à adoção e produção de materiais didático-pedagógicos (MDP), verificamos que estes não podem ser entendidos como um fim, mas como um meio, onde a perspectiva histórico-cultural (tal como destacamos em Luria e Leontiev) que adotamos na organização das ações foram triviais não apenas como propostas metodológicas, mas como ato político e ato pedagógico.

2.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em nossa pesquisa, tomamos como solo epistemológico o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), idealizado e desenvolvido pelo educador matemático Romulo Campos Lins (*in memoriam*), que considerava que o Modelo só existe em ação e, por consequência "não é uma teoria para ser estudada, é uma teorização para ser *usada*" (LINS, 2012, p. 11, grifos do texto).

Ao adotarmos o MCS algumas ideias são centrais, tal como: *conhecimento*, *significado*, *produção de significado*, *modos de produção de significado* (*MPS*), *campo semântico*, *resíduos de enunciação*, *autor-texto-leitor*, *espaço comunicativo*, *descentramento*, *estranhamento*, *objetos constituídos*, *núcleos formados*, *interlocutores*, *legitimidades* e *impermeabilização*. Para que possamos nortear o leitor a respeito de nosso solo epistêmico, passemos então a apresentar sucintamente tais ideias.

A partir do MCS assumimos o compromisso de tentarmos caracterizar a fala (texto) de um aluno ou participante (momentaneamente autor ou leitor), sem que ocorra o estabelecimento de demarcações dicotômicas entre "certo" ou "errado" para procurarmos entender de onde ele fala (e porque fala). Assim, ao invés de dizer que está "errado" (como "não-certo"), sugerimos que o professor convide e dê condições do aluno enunciar e justificar o que falou. A partir dessa dinâmica, podemos então dizer que, a justificação "é apenas o que o sujeito do conhecimento (aquele que o produz, o enuncia) acredita que o autoriza a dizer o que diz" (LINS, 2012, p. 21). Por exemplo, um aluno ao afirmar que, *em uma sequência de números figurados triangulares os termos variam em uma razão 3*, uma provável justificativa seria: *varia de 3 em 3 pois um triângulo possui 3 lados, 3 vértices, tem "tri" no nome...* É possível ainda que haja alguém que justifique dizendo: *meu professor me ensinou assim*. Nesse contexto, levamos em conta a autoridade de um professor – poderia ser de um livro, um filme, ou até mesmo de uma pesquisa na Internet – mas, vale ressaltar, que a autoridade apenas autoriza àquele indivíduo a dizer o que diz. O que está em questão são os significados produzidos e não os possíveis valores lógicos da proposição.

No MCS,

> 1 o elemento-chave é uma re-caracterização da noção "conhecimento": conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação:
>
> - conhecimento é algo do domínio da enunciação,
> - sempre há um sujeito do conhecimento (e não do conhecer),
> - o papel da justificação é produzir legitimidade para minha enunciação,
> - um texto é constituído como um resíduo de uma enunciação;
>
> 2 toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredito, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação:
>
> - o compartilhamento de interlocutores constitui um espaço comunicativo;
>
> 3 o conjunto das estipulações locais – que funcionam como verdades absolutas locais – constituem um núcleo com relação ao qual produzo significados/conhecimento:
>
> - estas estipulações são compartilhadas com o interlocutor;
>
> 4 é na produção de significados que se constituem objetos:
>
> - a produção de significados se dá sempre no interior de atividades. (LINS, 1999, p. 88, grifos do texto).

Pelo alicerce epistemológico adotado, consideramos significado como "o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se *poderia* dizer, e, sim, *o que efetivamente se diz* no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto." (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 145-146, grifos do texto) e, consequentemente, entendemos que a produção de significado é "o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana." (LINS, 1999, p. 86). Para nós objeto "é aquilo para que se produz significado. (...) O significado de um objeto, no interior de uma atividade não é tudo que *poderia* ser dito a respeito da coisa da qual se fala (nesta ou em outras atividades)." (LINS, 2012, p. 28, grifos do texto).

Dessa forma, entendemos que, "Sempre que há produção de significado há produção de conhecimento e vice-versa, mas conhecimento e significado são coisas de naturezas distintas. (LINS, 2012, p. 28).

Para o MCS modos de produção de significados (MPS) são "'campos semânticos idealizados' que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se o que dizem é legítimo ou não." (LINS, 2012, p. 29, grifos do texto). Ao nos propomos analisar significados produzidos, objetivamos que aflore a fala na direção de interlocutores [direção(ões) na qual se fala] na tentativa de compreendermos de onde o enunciador de um resíduo de enunciação fala.

> Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico (...) Nossos interlocutores marcam, em última instância, o que chamei, em 1987, de *horizonte cultural*, os limites do possível, já que eles são as marcas da legitimidade, do que pode ser dito.
>
> Interlocutores são legitimidades. O que internalizamos, nos processos de humanização e do que se costuma chamar de desenvolvimento intelectual, são interlocutores, são legitimidades. (LINS, 2012, p. 19-20, grifos do texto).

As legitimidades, isto é, "o que é legítimo ou não dizer de uma atividade." (SILVA 2003, p. 65; SILVA, 2012, p. 81), "aplicam-se ou não a modos de produção de significado" (LINS, 2012, p. 21). Por isso, "Internalizar interlocutores, legitimidades, é o que torna possível a produção de conhecimento e de significado, torna possível antecipar uma legitimidade do que digo." (LINS, 2012, p. 20).

Já campo semântico é "um processo de *produção de significado*, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade (...) sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria condições para sua própria transformação" (LINS, 2012, p. 17, grifos do texto).

Seguimos um modelo de comunicação na qual há uma tríade indissociável (autor-texto-leitor) sendo o autor aquele que fala, texto é o que é dito e leitor quem produz significado para o que foi dito. Nesse modelo, há um processo de estranhamento quando autor e leitor não compartilham um mesmo espaço comunicativo, não se constituem como interlocutores, ou seja, há ruído no processo impedindo uma efetiva comunicação; isto é,

> O que importa mesmo é que exista de um lado aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. Esta é a característica fundamental deste processo de estranhamento, um processo que pode ser visto da primeira série do Ensino Fundamental em diante. (LINS, 2004, p. 116).

Mas, com o propósito de romper com a inércia de tal processo de estranhamento, propomos que acha um descentramento, "processo pelo qual você tenta mudar de lugar no mundo, mudar de *interlocutor*. Na linguagem do MCS seria falar em outra direção para ver se existe alguma, na qual aquelas coisas são legítimas, ou seja, que elas podem ser ditas" (SANTOS; LINS, 2016, p. 337, grifos do texto).

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

3.1 RELATIVOS ÀS PRÁTICAS DESENVOLVIDAS

Ao longo dos últimos dois anos aplicamos três oficinas para professores e duas oficinas para alunos da 1ª série do Ensino Médio (uma em uma escola estadual e outra em uma escola federal, ambas em Vitória – ES). Com os professores, cada uma das oficinas teve duração de três horas e, com os alunos, (próximo a cento e setenta, distribuídos em seis turmas) trabalhamos por cinco horas com cada turma, em um intervalo de seis semanas e ciquenta minutos por encontro.

Nessas oficinas dividimos os participantes em grupos de quatro componentes e para cada grupo designamos um monitor (integrante do Gepemem, licenciando participante da pesquisa) que orientava as práticas, bem como observava, coletava os dados e analisava os resíduos de enunciação dos participantes.

Em cada oficina além da observação participante, adotamos meios de gravação de voz para que, em grupo (nas plenárias do Gepemem), pudéssemos analisar as enunciações para identificar:

(*i*) objetos constituídos;

(*ii*) núcleos formados;

(*iii*) conhecimentos produzidos;

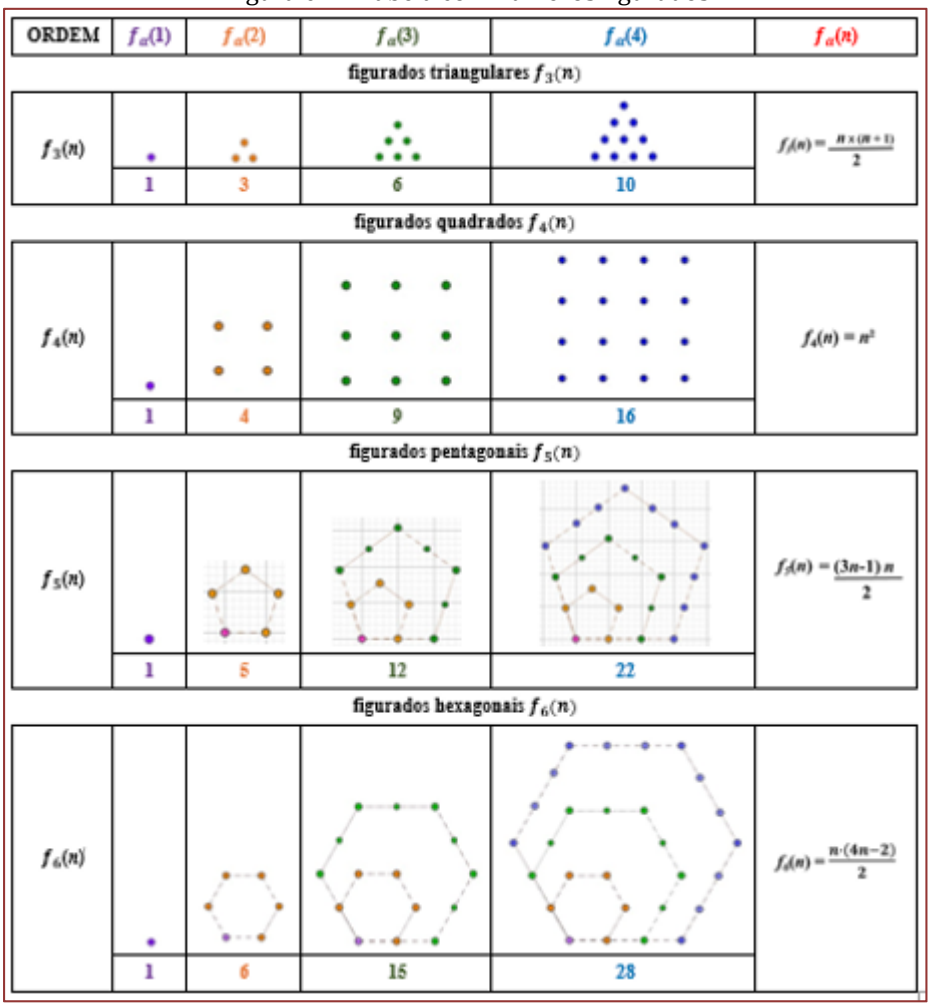
(*iv*) interlocutores;

(*v*) legitimidades.

Tais elementos formam as noções-categorias que são elencadas, analisadas e discutidas no processo que denomina-se *análise da produção de significados* (SILVA, 2003).

O tratamento dado à construção das respectivas sequências numéricas de figurados seguiu a dinâmica histórica de conciliar MPS geométrico a MPS aritmético, isto é, da disposição espacial de pontos (no nosso caso, tampinhas de garrafas PET) associarmos um termo de cada sequência numérica à forma encontrada (figura 01).

Figura 01 – Tabela com números figurados



ORDEM	$f_a(1)$	$f_a(2)$	$f_a(3)$	$f_a(4)$	$f_a(n)$
figurados triangulares $f_3(n)$					
$f_3(n)$	1	3	6	10	$f_3(n) = \frac{n \times (n+1)}{2}$
figurados quadrados $f_4(n)$					
$f_4(n)$	1	4	9	16	$f_4(n) = n^2$
figurados pentagonais $f_5(n)$					
$f_5(n)$	1	5	12	22	$f_5(n) = \frac{(3n-1)\,n}{2}$
figurados hexagonais $f_6(n)$					
$f_6(n)$	1	6	15	28	$f_6(n) = \frac{n \cdot (4n-2)}{2}$

Porém, como o objetivo era trabalhar a representação do termo geral, a tais MPS, acrescentamos MPS algébricos. Para tal, desenvolvemos e adotamos um material didático-pedagógico (MDP) que consiste em

preenchimento de tabelas e manuseio de materiais concretos (tampinhas de garrafas PET) a partir do que fora posto em Lins e Giménez (1997):

> O ensino da aritmética tem-se preocupado demasiadamente em transmitir velhas histórias sem atualizá-las. (...) Tudo isso fez com que se esquecesse de um aspecto importante, que é indicar a origem dos problemas que deram lugar a estes conhecimentos aritméticos. (...) A aritmética e a geometria se inter-relacionam claramente, e isso não é posto de manifesto. Assim, apresentam-se regras aritméticas teóricas sem suas imagens geométricas. (...) A cultura ocidental tem esquecido que as descobertas matemáticas não são somente dedutivas, mas, fundamentalmente, práticas e indutivas. Nossos esquemas dos livros atuais não estão considerando aspectos importantes como: (...) b) origem do cálculo algébrico e divisibilidade; c) conhecimento de problemas pitagóricos. Embora seja verdade que os métodos dedutivos vêm a revolucionar a ciência, também é verdade que se tem abusado muito deles. (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 35-36).

Sob esse espectro procuramos estabelecer uma diferenciação entre o foco genérico e o que vem a ser o generalizado de forma a considerarmos a seguinte referência:

> A situação "generalizada" emerge quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares (como no padrão de ladrilhos pretos e brancos [ou, no nosso caso, na distribuição espacial levando em consideração dado padrão de cores]), ao passo que a situação "genérica" emerge quando tratamos *diretamente* daquilo que é geral numa situação, sem a intermediação dos casos particulares. Isso não quer dizer, é claro, que a situação genérica se constitua independentemente de qualquer caso particular (embora isso não seja nada improvável ou impossível!), e, sim, que, *no interior da atividade*, a atenção é diretamente dirigida ao que é geral, e não ao processo de "generalização". (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 114-115, grifos em itálico do texto e entre colchetes são nossos).

Por mais que estimulássemos o trabalho colaborativo e participativo (envolvendo oficineiros e monitores) – portanto, seguindo um modelo de pedagogia não diretiva, mas relacional[3] – iniciamos de forma diretiva (expositiva) para apresentarmos um contexto histórico, no qual os números figurados estão inseridos. Esta apresentação diretiva foi realizada com auxílio de *slides*, ou em formato de encenação teatral, onde os personagens ("pitagóricos") estabeleciam diálogos e debatiam temas relacionados à época da Geometria grega primitiva.

Para cada grupo destinamos um *kit* contendo envelopes (produzidos com materiais recicláveis – lonas de *banners*) com grupos de tampinhas de garrafas PET, distribuídas por cores, e tabelas impressas (figura 06) para preenchimento, que auxiliam nos respectivos trânsitos dos MPS supracitados, a partir do uso de técnica de recorrência para obtenção do termo geral.

Com o propósito de produzirmos MDP ecológica e socialmente sustentáveis, ampliando assim a visão de um processo formativo, distribuímos coletores de tampinhas (figura 02) e de *banners* no *campus* (figura 03), com o objetivo de que outros alunos participassem do processo de produção desses MDP. Como prática do Gepemem, a cada oficina, doamos os *kits* (figura 03) às escolas envolvidas. Dessa forma retroalimentamos o processo de coleta, reciclagem e reaproveitamento de materiais.

[3] Onde o professor problematiza situações, o oficineiro ao interagir com o professor age cognitivamente, sendo a sala de aula um ambiente de produção do conhecimento e a interação professor-oficineiro-monitor a base do processo de aprendizagem.

Figura 02 – Coletor de tampinhas

Figura 03 – Coletor de *banners*

Figura 04 – *kit* de MDP

Outra ação que desenvolvemos – com o propósito de levarmos os participantes a constituírem (ou não) possíveis núcleos de generalização, a partir de estipulações locais geométricas e aritméticas – refere-se ao preenchimento de tabelas (figura 05)

Figura 05 – Tabelas que levam a técnica recursividade

onde essas práticas constituem-se como operações relativas a essa ação como etapa da atividade de obtenção de termos gerais de padrões numéricos pitagóricos (figura 06).

Figura 06 – Tabela de números triangulares

Ordem	Quantidade de tampinhas por linha	TOTAL $f_3(n)$	Expressão numérica
1	1	1	1 = 1
2	1, 2	3	1 + 2 = 3
3	1, 2, 3	6	1 + 2 + 3 = 6
4	1, 2, 3, 4	10	1 + 2 + 3 + 4 = 10
5	1, 2, 3, 4, 5	15	1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15
...	...	...	...
10	1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 10	?	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ... + 10 = ?
...	...	...	...
37	1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 10, ..., 37	?	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ... + 37 = ?
...	...	...	...
n	1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 10, ..., 37, ..., n	?	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ... + n = ?

Para cada sequência de números figurados utilizamos uma tabela e sugerimos como, operações específicas, o trânsito entre os MPS geométrico – observar e construir com uso de tampinhas (figura 07), termo a termo, a sequência de números figurado em construção – e o MPS aritmético, de forma que o preenchimento da tabela, a partir da técnica de recursividade, induzisse à obtenção do termo geral.

Figura 07 – Formação de números triangulares com tampinhas de garrafas PET

O desenvolvimento dessas práticas foram pautadas nos níveis de funcionamento da atividade humana, proposto por Leontiev (1984) – atividades propriamente ditas, ações e operações – e em tarefas (LURIA, 1990) com foco na: percepção (nomeação e agrupamento de cores, nomeação e agrupamento de figuras geométricas, respostas a ilusões visuais); abstração e generalização (comparação, discriminação e agrupamento de objetos, definição de conceitos); dedução e inferência (estabelecimento de conclusões lógicas a partir de informações dadas); solução de problemas matemáticos a partir de situações hipotéticas apresentadas oralmente; imaginação (elaboração de perguntas ao experimentador); autoanálise (avaliação de suas próprias características).

3.2 RELATIVOS À PESQUISA

Ao adotarmos o *processo de análise da produção de significados* – como posto pelo MCS – para analisarmos a dinâmica da produção de significados relativa ao tema, com os atores da VI EIEMAT destacamos que, tal porcesso, possui, como características gerais:

(*a*) estabelecer uma análise que leva em conta o processo de comunicação proposto pelo MCS, a partir da tríade autor-texto-leitor;

(*b*) desenvolver e analisar atividades, como unidade de análise, tal como proposto em Leontiev (1984), cujo os níveis de funcionamento são: atividades propriamente ditas, ações e operações;

(*c*) adotar como premissa uma leitura positiva da produção de significados dos atores de pesquisa (SILVA, 2003, p. 48).

No que se refere à coleta de dados, adotamos a observação participante nos seguintes níveis: (1) gravação, em áudio, de grupos de atores durante as oficinas; (2) observações escritas pelos atores nas fichas de trabalho apresentadas nas oficinas; (3) soluções apresentadas e preenchimento das tabelas disponibilizadas nas oficinas.

Obviamente não damos conta de analisar todos os significados produzidos pelos atores do processo – e nem possuímos tal pretensão – mas devido às limitações de espaço, focamos, a partir de uma leitura global em alguns significados matemáticos produzidos, relativos à atividade (entendendo atividade como posto em Leontiev (1984)).

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste item passaremos a analisar os dados relativos à oficina que desenvolvemos na VI EIEMAT, promovida pelo Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria e pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (DMAT/PPGEMEFUFSM) .

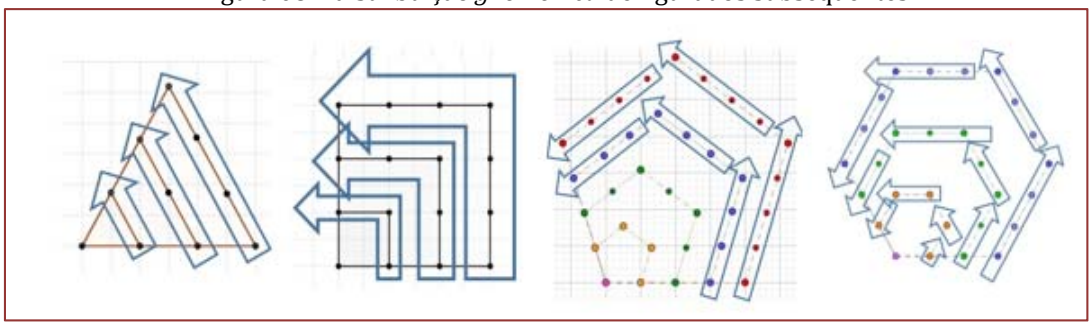
Os núcleos formados que identificamos foram:

> (A) Núcleo *geométrico* – caracterizado pelas estipulações locais das formas poligonais trabalhadas (triangulares, quadradas, pentagonais e hexagonais): advindo da distribuição de tampinhas (figura 07) formando respectivamente os polígonos observados. Nesse núcleo os objetos constituídos foram os polígonos formados com as respectivas quantidades de tampinhas relacionando-os com as respectivas ordens ocupadas (cf. figura 01).
>
> (B) *Núcleo das sequências numéricas* – caracterizado pelas estipulações locais das respectivas contagens e formação de sucessões numéricas de números figurados: advindo da associação das formas às respectivas quantidades de tampinhas utilizadas para formação do termo em questão no preenchimento de tabelas. Nesse núcleo os objetos constituídos foram as respectivas sequências de números figurados.
>
> (C) *Núcleo das distribuições gnomônicas*[4] – caracterizado pelas estipulações da formação de um novo termo a partir do antecedente, mantendo a forma geométrica fixada: advindo da contagem de novas quantidades de tampinhas para formar um termo subsequente. Neste núcleo os objetos constituídos foram os *gnômons* com as respectivas quantidades de pontos acrescentados para formação de um novo termo (figura 08).

Vale destacar que a proposta de reconhecermos *gnomons* a cada novo termo formado colocou atores em um processo de estranhamento. Para compartilharmos um espaço comunicativo em relação às operações de preenchimento das tabelas (figuras 05 e 06), especificamente para o preenchimento da última coluna, colocamos em curso uma proposta de descentramento e, para tal, voltamos ao MPS geométricos adotando modelos tal como apresentamos a seguir (figura 08).

[4] Historicamente, um *gnomom* era o esquadro que formava o ponteiro de relógio de sol. Para os pitagóricos, e bem antes, para os chineses, os *gnomons* caracterizavam caminhos em "L" acrescidos a cada termo de uma nova sequência. Com a formação de novas sucessões de números figurados passou a ser considerado como a forma (quantidade) acrescentada para constituição de um novo termo da sequência (figura 08).

Figura 08 – distribuição *gnomônica* de figurados subsequentes



(D) *Núcleo da generalização* – caracterizado pelas estipulações locais da técnica de recorrência: advindo do trânsito do MPS aritmético para o algébrico. Neste núcleo os objetos constituídos foram preenchimento de tabelas, caracterização de um termo geral e soma *gaussiana* (A esse respeito sugerimos a leitura de Bonatto et al. (2018)).

Tal como em Silva (2003), mesmo os objetos de pesquisa sendo distintos, identificamos que as legitimidades, no que se refere à produção de significados – "isto é, do que o sujeito julga ser legítimo ou não dizer" (p. 130) –, constituíram-se como fatores predominantes na determinação da dinâmica. Dessa maneira, também entendemos que "a legitimidade do que é dito é uma das características do processo de produção de significados." (p. 130). Por exemplo, um grupo de atores entendeu ser legítimo ignorar o MPS geométrico, por conhecerem as sequências de números figurados e assim tentaram uma generalização antecipada, considerando tão somente o MPS aritmético. À luz do MCS identificamos que os atores desse grupo estavam impermeáveis[5] à proposta de associar forma à quantidade e, portanto a número, provavelmente por entenderem que bastava conhecer a sucessão numérica para se chegar ao termo geral, adotando artifícios como o uso da recursividade; todavia, pelo que observamos, ao aplicarmos e estudarmos esses padrões numéricos, o trânsito entre os MPS – geométrico para o aritmético e aritmético para o algébrico – considerando as distribuições *gnomônicas*, representa um elemento que elucida a visualização das estruturas existentes.

Um conhecimento produzido pelos atores, do ponto de vista didático-pedagógico, que destacamos foi relativo ao fato de que, mesmo na Educação Básica, é possível trabalhar com outros padrões numéricos – além das sucessões usuais (progressões aritméticas e geométricas) – a partir de propostas que envolvam não só o uso de MDP manipuláveis, mas que tomem como modelo a dinâmica adotada a partir da teoria da atividade de Leontiev (1984) e do desenvolvimento de tarefas na perspectiva proposta por Luria (1990).

5. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Algumas leituras plausíveis que produzimos a respeito do processo que analisamos, nos levou ao entendimento de que todos os atores envolvidos produziram significado para o problema proposto. Similarmente ao que fora apresentado por Silva (2003), "o fato de que diferentes MPS, gerando diferentes dinâmicas no processo, aconteceram a partir de um mesmo enunciado" (p. 131).

As noções-categorias que elencamos no item antecedente, nos permitiu identificar, a partir dos processos de constituição de núcleos e caracterização de estipulações locais, os MPS na dinâmica das práticas e, tais identificações nos levaram a ajustes em nossas enunciações para que buscássemos uma efetiva comunicação no que se refere à produção de conhecimento em relação à formação de padrões numéricos pitagóricos, a partir do alicerce epistemológico adotado. Um exemplo de tais ajustes foi adotarmos a ideia de soma gaussiana ao invés de operarmos diretamente com termo geral e soma de termos de uma P.A. para que, a partir da distribuição *gnomônica*, pudéssemos identificar um padrão a ser adotado em todas as sequências de figurados. A sustentação para tal encontramos no texto Lins e Giménez (1997), quando este nos lembra que "A aritmética e a geometria se inter-relacionam claramente, e isso não é posto de

[5] "Chamaremos de impermeabilização ao processo que leva os alunos a não compartilharem novos interlocutores em situação de interação face a face, diferente daqueles para o qual eles estavam voltados; de não se propor a produzir significados numa outra direção." (SILVA, 2012, p. 79).

manifesto. Assim, apresentam-se regras aritméticas teóricas sem suas imagens geométricas." (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 35-36).

Analisar as categorizações dessas estipulações locais também nos permitiu verificar, do ponto de vista didático, o quão relevante é sistematizar o trânsito dos MPS para que os atores alcançassem o objetivo proposto: de produzir significados matemáticos à generalização dos termos de cada sequência de números figurados e, portanto, produzir conhecimento para tal.

Outra análise que realizamos refere-se à adoção de MDP. Estes não podem ser entendidos como um fim, mas tão somente como um meio. A constituição de objetos, o compartilhamento de espaços comunicativos, com vistas à realização de uma efetiva comunicação é que são articulados como um fim, pois afinal, como posto em Lins (1999), "o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana." (LINS, 1999, p. 86) é a produção de significados.

6. AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos integrantes do Gepemem e aos (às) participantes de nossas oficinas, pela dedicação e parceria, pois, sem eles (elas) não poderíamos desenvolver este trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Bonatto, Lucca Jeveaux Oliveira; Dutra, Tiago Magno de Souza; Fernandes, Bruna Moll; Zocolotti, Alexandre Krüger. Trabalhando com números figurados planos a partir da ótica do Modelo dos Campos Semânticos. Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, v. 7, n. 2, p. 73-87, 2018.

[2] Leontiev, Alexis Nikolaevich. *Actividad, conciencia y personalidad*. México: Cartago, 1984.

[3] Lins, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: Angelo, Claudia Laus et al (org.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

[4] Lins, Romulo Campos. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: Bicudo, Maria Aparecida Viggiani; Borba, Marcelo de Carvalho. Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

[5] Lins, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 75-94. (Seminários Debates Unesp).

[6] Lins, Romulo Campos; Giménez, Joaquin. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática).

[7] Luria, Alexander Romanovich. Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos sociais e culturais. 4. ed. São Paulo: Ícone, 1990.

[8] Santos, João Ricardo Viola dos; LINS, Romulo Campos. Movimentos de teorizações em Educação Matemática. Bolema. v. 30, n. 55, p. 325-367, ago. 2016.

[9] Silva, Amarildo Melchiades. Impermeabilização no processo de produção de significados para Álgebra Linear. In: Angelo, Claudia Laus. et al (org.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 79-90.

[10] Silva, Amarildo Melchiades. Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. 2003. 147p. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Ppgem, Igce de Rio Claro, Unesp.

Capítulo 6

Jogos matemáticos: Uma experiência com os alunos do Ensino Fundamental através do Programa Institucional Residência Pedagógica

Priscila Miranda Engelhardt
Aline Walter Reculiano Fagundes
Claudemir Miranda Barboza
Léia Ferreira Sampaio

Resumo: O presente relato sugere a aplicação de jogos como uma metodologia nas aulas de Matemática, pois observando as aulas tradicionais verificamos que os alunos se sentem insatisfeitos com a disciplina. O trabalho aqui relatado foi desenvolvido com as turmas do 7º ao 9º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Bernardo Guimarães de Cacoal/RO, o objetivo é apresentar as ações desenvolvidas durante o programa de residência pedagógica. A primeira atividade realizada foi a confecção do "Jogo Quebra-Cabeça de Equações", desenvolvendo o raciocínio lógico dos alunos em relação ao conteúdo de equação do primeiro grau. Logo após, foi proposto aos discentes que confeccionassem jogos envolvendo a matemática onde seriam avaliados pela criatividade, interação do grupo e as regras contidas no material didático. E por fim tiveram uma aula divertida e dinâmica no primeiro Festival de Matemática- PIRP, um espaço planejado com muitos jogos, mágicas e contos envolvendo a matemática.

Palavras-chave: Matemática; Jogos; Ensino; Aprendizado; Confecção.

1.INTRODUÇÃO

O trabalho com jogos se mostra como um excelente material didático de ensino que permite a criação de contextos relevantes para o processo de aprendizagem, principalmente quando o assunto é matemática. O jogo associado ao ensino da matemática possibilita que os alunos executem os conteúdos de forma interativa, aprendam a trabalhar em grupo, e o mais importante, desenvolvam o raciocínio lógico. Mas para que o trabalho com jogos seja bem-sucedido, o professor deve fazer um planejamento organizado, deixando claros os objetivos que pretende alcançar, escolhendo um jogo que faça com que os alunos se sintam desafiados e motivados a buscar uma resolução para o problema ou conteúdo matemático que esteja sendo estudado.

Por meio do Programa Institucional Residência Pedagógica - Matemática PIRP, desenvolvemos um projeto com jogos matemáticos para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Bernardo Guimarães de Cacoal/RO. Um dos motivos para a escolha deste projeto se deu pelo fato da escola não ter nenhum jogo que possa ser utilizado nas aulas de Matemática, fazendo com que estas aulas, na maioria das vezes, fossem ministradas pelo método tradicional de ensino com aulas expositivas, tornando a disciplina muito cansativa e repetitiva para grande parte dos alunos.

Assim, este projeto consiste em aliar o jogo como uma ferramenta de ensino, facilitando e ajudando o aprendizado matemático, a fim de mostrar que através do lúdico pode-se conseguir um aprendizado concreto e desse modo deixar as aulas da disciplina mais atrativas e interessantes, despertando a atenção dos alunos e estimulando a competição saudável.

Primeiro foi confeccionado o jogo "Quebra-Cabeça de Equações", com o objetivo de verificar se o conteúdo de equação do primeiro grau havia sido assimilado por ambas as turmas, utilizando este jogo como uma forma de avaliação do conteúdo ensinado. Ao percebermos que com o material didático bem planejado os alunos se interessavam mais por matemática, decidimos ampliar o projeto desafiando os alunos a construírem jogos com os conteúdos que eles estudaram durante o ano letivo de 2018 como uma forma de revisão e fixação dos conteúdos matemáticos e para que os mesmos compreendessem os passos para a construção de um jogo que requer muito raciocínio lógico, tempo, dedicação, organização e principalmente utilizar a criatividade.

> Desafiar os alunos a elaborarem seus próprios jogos permite-lhes aprofundar a compreensão de um conceito em especial, criar um contexto de resolução de problemas, exercitar os procedimentos matemáticos, perceber como se estrutura um jogo, organizar um trabalho em grupo, planejar, executar e avaliar as ações de uma sequência de atividades com determinado fim (SMOLE, 2008, p. 109).

Para encerrar este projeto foi realizado o primeiro Festival de matemática- PIRP, na Escola Bernardo Guimarães, com objetivo de levar outros tipos de jogos e desafios matemáticos, apresentar os jogos construídos pelos alunos, criar um espaço literário com contos que envolvem a disciplina e ainda trabalhar mágica com matemática, promovendo um espaço interativo, dinâmico e lúdico propício para o ensino da matemática.

2.A IMPORTÂNCIA DO JOGO NA SALA DE AULA

A matemática sempre teve destaque na sociedade e está presente em todos os momentos da nossa vida, porém causa uma grande insatisfação, principalmente no ambiente escolar. Desta forma, o professor precisa utilizar outras metodologias para ensinar e gerar uma motivação nos alunos em relação à disciplina de Matemática. Uma das alternativas pode ser a utilização de jogos na sala de aula.

> Nessa perspectiva, a inserção dos jogos no contexto escolar aparece como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino-aprendizagem, por meio da qual, ao mesmo tempo em que se aplica a ideia de aprender brincando, gerando interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social dos alunos (RIBEIRO, 2012, p.17).

O docente deve ter em mente que o jogo é um material didático, que o auxilia para introduzir um conteúdo ou até mesmo para finalizá-lo. Ou seja, o jogo não pode estar desassociado com o seu objetivo, induzindo o aluno somente a jogar como uma brincadeira, e sim atingir os propósitos estabelecidos pelo professor em seu planejamento.

> Sugerimos que, em um primeiro momento, você faça uma triagem mais simples, descartando aqueles jogos que por si mesmos não têm um conteúdo significativo e desencadeador de processos de pensamento para seus alunos. Em uma segunda etapa, com relação a jogos que de modo geral são desafiadores, será preciso apresenta-los aos alunos e observar a relação da classe com o jogo para avaliar se realmente é adequado ou não para eles (SMOLE, 2007, p.14).

Assim, o professor pode avaliar a aprendizagem de cada aluno e poderá fazer observações sobre o planejamento utilizado no jogo, revendo pontos positivos e negativos que podem ser melhorados. Promovendo assim uma forma de aprendizagem mais saudável e divertida.

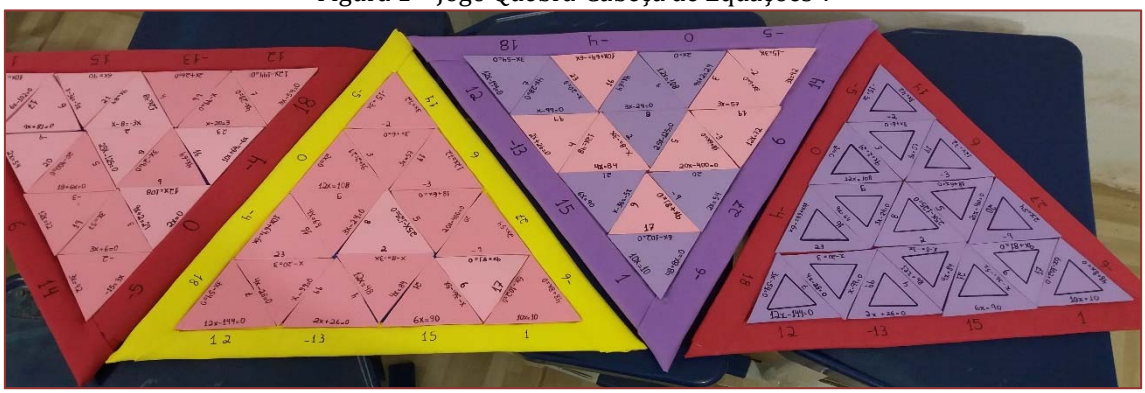
3.JOGO "QUEBRA-CABEÇA DE EQUAÇÕES"

Para reforçar o entendimento dos alunos do 7º ano da Escola Bernardo Guimarães sobre o conteúdo de equação do primeiro grau, confeccionamos o jogo Quebra-Cabeça de Equações. Escolhemos trabalhar com o jogo por ser prazeroso e dinâmico, contribuindo para um melhor desempenho na aprendizagem dos alunos. Como os resultados foram satisfatórios, resolvemos aplicar o jogo com a turmas dos 8º e 9º anos.

Os principais motivos que nos levaram a confeccionar o material didático Quebra-Cabeça de Equações é porque serve como uma excelente ferramenta de ensino- aprendizagem. Desta forma, podemos realizar uma aula mais dinâmica, despertando o interesse nos alunos, mostrando que é possível aprender brincando.

Para a confecção do jogo houve todo um processo de escolha de material a ser utilizado, precisa-se de papelão, E.V.A, cola quente, tesoura, caneta de tinta permanente e estilete. O jogo Quebra-Cabeça de Equações foi composto por uma base triangular maior e 16 triângulos menores que devem ser encaixados de forma correta na peça maior.

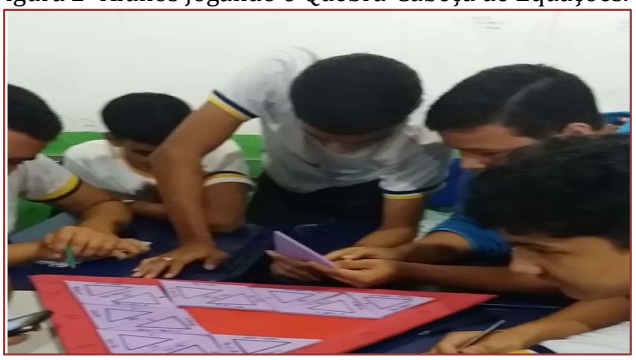
Figura 1- "Jogo Quebra-Cabeça de Equações".



No momento em que apresentamos o Jogo Quebra-Cabeça de Equações, preparamos uma explicação do conteúdo, mostramos a definição do que é uma equação do 1º grau e exemplos de como resolver. Logo após dividimos a sala em quatro grupos, para que cada grupo ficasse com um jogo. Os grupos deveriam resolver as equações contidas nas peças menores e encaixar corretamente as 16 peças do quebra-cabeça. O grupo que terminasse primeiro deveria chamar o professor para conferir se as peças estavam encaixadas corretamente, caso não tivesse errado, o grupo seria o vencedor.

> Nos jogos e brincadeiras, assim como na resolução de problemas e na modelagem matemática, os alunos, na busca de uma estratégia vencedora, precisam ler e compreender a situação (no caso, as regras do jogo), bem como levantar dados e formular hipóteses com relação às jogadas possíveis e permitidas. Em seguida, precisam executar a estratégia escolhida a partir das hipóteses e avaliar se tal estratégia é eficiente ou não. Trata-se, portanto, de uma investigação matemática sobre a atividade lúdica (VERTUAN, 2009, p.89).

Figura 2- Alunos jogando o Quebra-Cabeça de Equações.

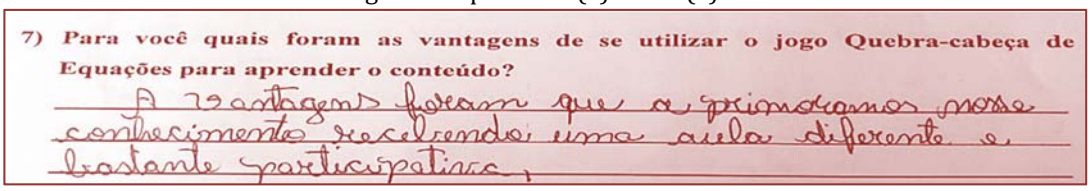


Após o término da aplicação do jogo, foi entregue um questionário, para que os próprios alunos avaliassem o material didático Quebra-Cabeça de Equações. Assim os discentes fizeram suas sugestões, críticas e elogios sobre a metodologia aplicada.

O jogo foi aplicado para 129 alunos, no qual esses alunos acharam a metodologia aplicado no ensino das equações do primeiro grau excelente, quando perguntado se havia algo para ser melhorado no jogo 120 alunos responderam que não, a grande maioria gostou do jogo e os 9 alunos que acharam que algo deveria ser melhorado deram suas sugestões de como melhorar, para eles o jogo poderia ser feito com outras figuras geométricas além do triângulo.

Quando perguntado a opinião dos alunos sobre as vantagens de se utilizar o Jogo Quebra-Cabeça de Equações para aprender o conteúdo, a maioria dos alunos disseram que com o jogo o aprendizado foi muito mais rápido, divertido e prazeroso, pois o jogo é uma maneira de aprender o conteúdo ensinado, deixando a aula mais dinâmica além de estimular a competividade e o raciocínio lógico.

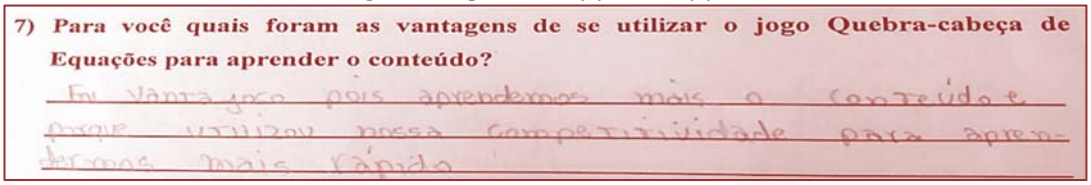
Figura 3- Opinião do(a) aluno(a) A.



7) Para você quais foram as vantagens de se utilizar o jogo Quebra-cabeça de Equações para aprender o conteúdo?

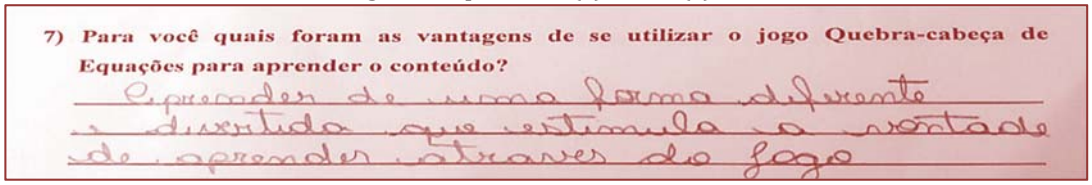
A 7 vantagens foram que a primeira nos nosso conhecimento recebendo uma aula diferente e bastante participativa.

Figura 4- Opinião do(a) aluno(a) B.


7) Para você quais foram as vantagens de se utilizar o jogo Quebra-cabeça de Equações para aprender o conteúdo?

Eu vantajoso pois aprendemos mais o conteúdo e porque utilizou nossa competitividade para aprendermos mais rápido

Figura 5-Opinião do(a) aluno(a) C.


7) Para você quais foram as vantagens de se utilizar o jogo Quebra-cabeça de Equações para aprender o conteúdo?

Aprender de uma forma diferente e divertida que estimula a vontade de aprender atraves do jogo

Portanto, através do questionário, avaliamos o jogo como um excelente material didático para auxiliar nas aulas de Matemática e decidimos continuar aplicando essa metodologia de ensino para melhorar o aprendizado dos alunos e deixar as aulas mais dinâmicas atrativas e diferentes.

4.CONSTRUÇÃO DE JOGOS PELOS DISCENTES

A partir do resultado obtido com o jogo "Quebra-Cabeça de Equações", os alunos do 7° ao 9° ano foram desafiados a construir jogos matemáticos durante o quarto bimestre de 2018, os objetivos desse trabalho foram: proporcionar o aprendizado matemático de forma lúdica e prazerosa; desenvolver o raciocínio lógico; estimular o trabalho em grupo e a organização dos mesmos; estabelecer regras para a compreensão do jogo e revisar os conteúdos matemáticos vistos durante o ano letivo.

Para a realização deste trabalho os alunos tiveram seis aulas divididas em etapas. Na primeira etapa, foi explicado o trabalho de confecção de jogos, apresentando os tipos de jogos que podem ser confeccionados e também os conteúdos que podem ser inseridos em cada tipo de jogo, logo após isso a sala foi dividida em grupos. Na segunda etapa, levamos os alunos ao laboratório de informática para que pudessem pesquisar e escolher o tipo de jogo que iriam confeccionar. Na terceira etapa, os alunos trouxeram os materiais necessários para a confecção dos jogos em sala de aula e deste modo conseguimos tirar as dúvidas relacionadas com os jogos e auxiliar no que era possível em relação aos conteúdos matemáticos. Na última etapa houve a apresentação dos jogos e sua avaliação.

Os critérios para a avaliação foram: a) escolha do tipo de jogo a ser confeccionado; b) a criatividade para a execução do mesmo; c) o conteúdo matemático contido no jogo; d) as regras do jogo analisando se estavam escritas de forma clara; e) as embalagens para guardar o mesmo visando uma maior durabilidade do jogo; f) o comportamento e demonstração de interesse dos alunos.

Agora vamos ver alguns dos jogos confeccionados pelos alunos, uns dos trabalhos mais significativos que abordaram diferentes ideias de jogos podendo ser trabalhados nas aulas de matemática com conteúdo de equação do primeiro e segundo grau, números positivos e negativos, inequações dentre outros, mostrando a criatividade e o trabalho em equipe dos alunos da escola Bernardo Guimarães.

Figura 6- Banco Imobiliário de números positivos e negativos.

"Banco Imobiliário" consiste num jogo que pode ser jogado por até quatro jogadores precisando de um banqueiro para cuidar do dinheiro de cada participante, no início cada jogador recebe R$ 200.000,00. Este jogo baseia-se no conteúdo de números positivos e negativos, caso o jogador pare em uma casa verde, irá ganhar dinheiro e se parar em uma casa vermelha, perderá dinheiro. Cada casa, seja ela verde ou vermelha apresenta uma ação para ser feita, como por exemplo: se o participante parar em uma casa verde, receberá $\frac{1}{4}$ de R$ 200.000,00. Vence quando os jogadores falirem e um só estiver com mais capital.

Figura 7- Roda-Roda de equações 2°.

"Roda-Roda de equações 2° " é um jogo que pode ser jogado por dois participantes na qual decidem quem irá iniciar o jogo pela sorte, ao girar a roda o jogador deverá resolver a equação do segundo grau de forma correta, com o auxílio de um cronômetro, tem três minutos para resolver a equação e cada aluno só pode pedir ajuda para o professor apenas uma vez. Se por acaso o jogador rodar a roda e parar na mesma cor que já tiver respondido, rodará mais uma vez para que pare em uma cor diferente. Vence quem resolver a maior quantidade de equações corretamente.

Figura 8- Trilha da Galáxia.

"Trilha da Galáxia" baseia-se no conteúdo de equações do segundo grau é um jogo que pode ser jogado de dois a quatro participantes. O jogador deve jogar o dado e andar a quantidade de casas que aparecer e realizar o que se pede como: voltar casas, resolver equações, desafios ou cartas azuis.

Figura 9- Resolvendo nas Nuvens.

"Resolvendo nas Nuvens" é um jogo de inequação que pode ser jogado por quatro jogadores, em que deverão decidir quem irá jogar o dado primeiro pela sorte. O participante deverá retirar a carta referente ao número que sair no dado e resolver a inequação corretamente, se o jogador responder errado deverá voltar uma casa, as nuvens azuis podem ser sorte ou azar. Vence quem chegar ao final da trilha primeiro.

5.PRIMEIRO FESTIVAL DE MATEMÁTICA-PIRP

O primeiro Festival de Matemática – PIRP aconteceu no dia 13/03/2019 na Escola Bernardo Guimarães com o intuito de promover um espaço dinâmico, lúdico e divertido para mostrar aos discentes como a Matemática pode ser interessante. Os alunos foram convidados a participar de brincadeiras como jogos e mágicas envolvendo a matemática. Também foi criado um espaço literário matemático com histórias de grandes autores, criando um ambiente interativo e instigante, proporcionando um aprendizado mais dinâmico e participativo.

Figura 10- Primeiro Festival de Matemática-PIRP.

6.CONCLUSÃO

A realização da confecção de jogos com as turmas do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Bernardo Guimarães nos possibilitou conseguir conhecimento sobre outra metodologia que o professor pode usar na sala de aula. Sabemos que muitas pessoas se sentem insatisfeitos com a disciplina de Matemática, principalmente os alunos que estudam em escolas em que as aulas são somente tradicionais.

A aplicação de material didático na sala de aula, é uma metodologia que gerou prazer e demonstração de interesse dos alunos na realização das atividades propostas. O "Jogo Quebra-Cabeça de Equações" realmente contribuiu muito para entender o conteúdo de equação do primeiro grau e também serviu para sanar dúvidas de outros conteúdos como adição, subtração, multiplicação e divisão.

A proposta de confecção de jogos pelos próprios alunos, contribuiu para a interação dos grupos, pois fez com que compreendessem que para a criação do jogo deveriam utilizar criatividade, organização e criar regras para os jogadores. Assim também entenderam a importância de ter cuidado ao manusear matérias didáticos oferecidos pela escola.

O primeiro Festival de Matemática- PIRP foi um dia que gerou grande entusiasmo aos alunos, pois estavam em um ambiente mais interativo e dinâmico. Os discentes da Escola Bernardo Guimarães puderam jogar jogos, participar de mágicas envolvendo a matemática e ler contos literários de grandes autores como Malba Tahan.

Portanto, o jogo no ensino da matemática propiciou resultados gratificantes, pois mostramos que através do lúdico pode se aprender os conteúdos de uma forma mais atrativa, possibilitando a interação e a atenção dos alunos em todas as atividades propostas. Podemos concluir que o jogo é uma excelente metodologia para ser utilizada nas aulas de Matemática.

7.AGRADECIMENTOS

Agradecemos a escola Bernardo Guimarães e também ao Instituto Federal de Rondônia-IFRO, *Campus* Cacoal, que nos receberam e apoiaram durante todo o período do nosso estágio.

REFERÊNCIAS

[1] Ribeiro, Flavia Dias. Jogos e modelagem na educação matemática. 1ª ed. Curitiba: InterSaberes, 2012.

[2] Smole, Kátia Stocco. Jogos de matemática de 6º a 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

[3] Smole, Kátia Stocco et al. Jogos de matemática: De 1° a 3° ano. Porto Alegre: grupo A, 2008.

[4] Vertuan, Rodolfo Eduardo. Ensino da matemática: pedagogia. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

Capítulo 7

O jogo ludo para ensinar estatística no Ensino Médio

Hugo Silva Chacon
Helenice Lopes Barbosa
Emanuel Gomes Lourenço

Resumo: **O presente trabalho apresenta o Jogo Ludo Estatístico, adaptado do Ludo, como auxílio didático na abordagem dos conteúdos básicos do estudo da Estatística no Ensino Médio. Podem ser abordados alguns conceitos,** como a utilização da porcentagem para construir uma tabela de frequências, a representação gráfica, que facilita a interpretação do problema e as medidas de tendência central: moda, média aritmética, mediana, além da possibilidade de se exercitar questões do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM. **Esse jogo pode ser desenvolvido com alunos da terceira série do Ensino Médio, com o intuito de melhorar a qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática a partir de situações do cotidiano dos alunos e o auxílio da metodologia do Jogo para atrair os estudantes para as aulas desta disciplina.**

Palavras-chave: Ludo, Estatística Básica, Ensino de Matemática.

1. INTRODUÇÃO

A Matemática está presente em toda a parte. A partir do momento em que acordamos até a hora de dormir vivenciamos inúmeras situações que envolvem o conhecimento matemático, desse modo, desde a antiguidade, quando estávamos em processo de evolução humana, o raciocínio matemático foi fundamental para a melhoria da nossa existência.

Nota-se no cotidiano que, para vivermos melhor, necessitamos dos conhecimentos matemáticos, entretanto, essa disciplina tem sido motivo de muitos mitos, rejeições e casos de reprovação no ambiente escolar, com inúmeros estudos que corroboram essa afirmação.

Pensando nisso, buscou-se realizar um trabalho metodológico diferenciado, que explora um conteúdo matemático significante, a Estatística, pois a mesma pode servir para inserir o aluno no universo da investigação, a partir de situações do cotidiano, realizando coleta de dados, organizando e apresentando os resultados através de gráficos e tabelas, no qual, ele poderá formular hipóteses, investigar os instrumentos adequados para a resolução de problemas e representação dos mesmos para tomada de decisões.

A partir do jogo Ludo Estatístico, que é um jogo educativo, adaptado do tradicional jogo Ludo, serão trabalhados os conceitos básicos de estatística, visando despertar o interesse pelo estudo e aprendizagem da Matemática de maneira lúdica e divertida. Portanto, a pesquisa tem como objetivo analisar se o uso da metodologia de Jogos e Materiais Concretos auxilia na aprendizagem de Estatística no Ensino Médio.

Cabe destacar que, a partir destas atividades será possível desenvolver o trabalho em equipe, compreender e perceber a importância do conhecimento matemático, como a utilização da porcentagem para construir uma tabela de frequências e a representação gráfica, que facilita a interpretação do problema. Por fim, através destas atividades poderão ser detectadas as dificuldades que os alunos enfrentam para aprender Matemática e a partir da opinião dos próprios estudantes podemos traçar metodologias que favoreçam o ensino e aprendizado desta disciplina escolar.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A área da Estatística é considerada de fundamental importância na Matemática, pois atua em interdisciplinaridade com várias áreas de conhecimento, como demografia e classificação de espécies, por exemplo.

Considerando que o ensino e aprendizagem deste tema pode se tornar mais atrativo quando são introduzidas situações do dia a dia do estudante, pois o aluno se sente mais confortável e estimulado para aprender Matemática quando ele compreende que há conexão do conteúdo estudado e a sua utilidade prática. O professor pode utilizar, por exemplo, dados e informações estatísticas de diversos meios de comunicação, como a televisão e a internet que exploram bastante o conceito de Estatística para auxiliar no ensino deste conteúdo. Desse modo, de acordo com os PCNEM +:

> A Matemática do Ensino Médio pode ser determinante para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico. Contudo, espera-se do aluno nesta fase da escolaridade que ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados. Assim, o tema proposto deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre estes dados e a tomada de decisões. (BRASIL, 2002, p. 173)

Um recurso que vem sendo utilizado por professores e educadores como forma de auxiliar o estudo e aprendizado da Matemática tem sido trabalhar alguns conteúdos com a utilização de jogos, visando estimular os estudantes a se interessarem pela disciplina e melhorarem o desempenho e aprendizado de maneira lúdica e divertida. A partir desta perspectiva, CABRAL (2006) afirma que:

> O jogo, na educação matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado "provocador" de aprendizagem. O aluno, colocado diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, sendo assim, apreende também a estrutura matemática presente. O jogo será conteúdo assumido com a finalidade de desenvolver habilidades de resolução de problemas, possibilitando ao aluno a oportunidade de criar planos de ação para alcançar determinados objetivos, executar jogadas de acordo com este plano e avaliar sua eficácia nos resultados obtidos. (CABRAL, 2006, p.15)

Sendo assim, percebe-se o valor educativo e pedagógico do jogo, onde o estudante pode adquirir conhecimento matemático, desenvolver o raciocínio lógico, trabalhar em equipe, facilitar a comunicação, inserir-se no contexto social, e se tornar um cidadão crítico e transformador da realidade. Nesse caso, Rita (2013, p.12) diz que: "O jogo pode ser favorável ao aluno, pois desenvolve nele a capacidade de refletir sobre conceitos matemáticos, criar hipóteses, testá-las e avaliá-las com autonomia e cooperação".

Partindo dessa ideia, identificamos algumas contribuições que o jogo pode trazer para a sala de aula, como: perceber as dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado da Matemática, observar se os alunos compreenderam os conteúdos estatísticos abordados, estimular o estudo pela disciplina, adquirir a confiança para tentar resolver um problema, compreender que independente de vitória ou derrota é importante participar de uma atividade coletiva e o resultado final é apenas um complemento.

Entretanto, temos que tomar precaução na escolha do jogo que será adaptado para auxiliar ao ensino e aprendizagem de Matemática, tão qual o conteúdo que será abordado para contribuir pedagogicamente, conforme NASCIMENTO et al (2015) destaca:

> Não é qualquer jogo que pode ser usado para explorar conceitos, tampouco de qualquer maneira, fazendo o aluno jogar por jogar. Sendo assim, o docente deve tomar cuidado para não utilizar o jogo no âmbito escolar apenas como um momento de recreação. Os jogos devem ser capazes de desenvolver o raciocínio do aluno e gerar aprendizado ou fixação de determinadas propriedades específicas de um conteúdo ou conceito matemático já ensinado. (NASCIMENTO et al, 2015, p.5)

Seguindo esta perspectiva, escolheu-se o jogo Ludo, que foi adaptado para o jogo Ludo Estatístico, em que o discente poderá conhecer distribuição de frequência, construção e interpretação de gráficos, compreender o cálculo da porcentagem e as medidas de tendência central.

3. METODOLOGIA

A jogo pode ser desenvolvido em 4 aulas, com duração de 50 minutos cada, em uma turma da 3ª série do Ensino Médio. O procedimento metodológico utilizado para atingir os objetivos propostos poderá realizado da seguinte maneira: inicialmente, aplica-se um questionário com os alunos, conforme anexo 1.

A partir da coleta de dados haverá construção de tabelas e será possível trabalhar a análise dos resultados obtidos a partir do estudo de alguns termos estatísticos, como: definição de população e amostra, indivíduos ou elementos, variáveis qualitativas e quantitativas, os alunos serão estimulados a identificar estes termos na pesquisa realizada em sala.

Após essas considerações iniciais constrói-se no quadro uma tabela organizando essas informações de maneira mais sucinta, onde de pode apresentar os conceitos de frequência absoluta e relativa, revisando alguns conceitos sobre fração e porcentagem. Dessa forma, será feito uma tabela de frequências que possibilitará explorar melhor os resultados obtidos na pesquisa estatística, e também será destacado que podemos representar melhor esses resultados com a construção de um gráfico.

Nesta etapa, com o intuito de explorar os conhecimentos já adquiridos, será formado grupos, com quatro alunos cada, e eles irão trabalhar em equipe na resolução de questões que envolvem a identificação das variáveis da pesquisa, construção de tabelas de frequências e de gráficos de barras e ao final da atividade cada grupo irá expor os resultados encontrados para a turma e iremos tecer comentários e discussões sobre esta atividade.

Neste momento, os alunos já possuem o conhecimento das seguintes medidas de tendência central: moda, média aritmética e mediana. Essas medidas já foram estudadas anteriormente, juntamente com os conceitos estatísticos aprendidos, os quais serão utilizados no jogo Ludo Estatístico, adaptado do tradicional jogo de Ludo como suporte para o aprendizado da Matemática.

O jogo pode ser realizado com 8 ou 16 participantes, divididos em grupos identificados nas cores vermelho, azul, verde e amarelo, respectivamente, conforme a escolha de cada grupo. Assim, será apresentado à turma as regras do jogo, conforme anexo 2, e haverá a entrega do material.

Cabe destacar que, o material necessário para o jogo deverá ser confeccionado com antecedência e será composto, conforme as figuras a seguir, de:

Figura 1: Um dado com faces numeradas de 1 a 6;

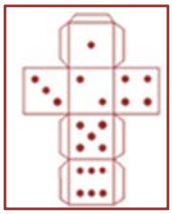


Figura 2: Um tabuleiro de Ludo Estatístico com formato de uma cruz e constituído por 52 células quadriculadas (caminhos) e 4 células pentagonais (ponto de chegada), sendo que cada extremo da cruz é de uma cor diferente (vermelho, azul, verde e amarelo) interligados, a partir de uma célula com um símbolo circular (ponto de partida), por 4 quadrados (casas) em cada canto coloridos com as referidas cores, onde se distribuem incialmente as peças do jogo;

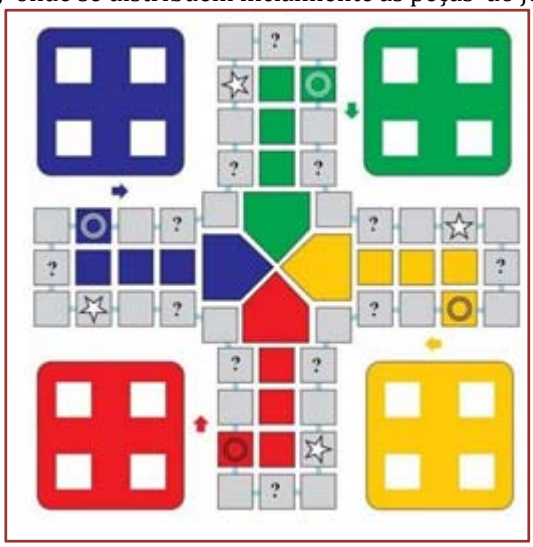


Figura 3: Dezesseis peças (peões) contendo 4 de cada cor (vermelho, amarelo, azul e verde) numerados de 1 a 4;

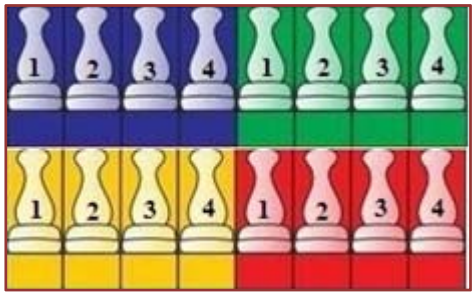


Figura 4: Vinte e cinco cartas com o símbolo de interrogação, que contém questões envolvendo os conteúdos estatísticos;

O objetivo do jogo é levar todos os quatro peões da mesma cor do grupo para o quadrado central do tabuleiro e estacionar o peão na célula pentagonal, que é o ponto de chegada. Além disso, de maneira pedagógica e educativa, a partir de um sorteio, haverá resolução de questões que envolvem os conteúdos estatísticos estudados e desenvolvidos em sala de aula. E ainda, desafios matemáticos através de resoluções de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que envolvam o conteúdo citado, conforme as regras a seguir.

Metodologicamente, o objetivo é exercitar os conteúdos de Estatística aprendidos no Ensino Médio, através da resolução das questões sorteadas durante o desenvolvimento do jogo, contudo, como fonte de entretenimento e diversão, será decretado vencedor do Ludo Estatístico o grupo que somar a maior quantidade de pontos após todas as peças do grupo percorrer os caminhos do tabuleiro e chegar ao destino final.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos esperar que, o uso da metodologia de Jogos e Materiais Concretos pode auxilie de maneira satisfatória na aprendizagem de Estatística no Ensino Médio, pois, de maneira metodológica o jogo exercita os conteúdos de Estatística do Ensino Médio e motiva os discentes a trabalhar em equipe e estudar de maneira lúdica e divertida.

Contudo, é de se esperar alguns alunos ainda tenham dificuldades no aprendizado desta disciplina, desde os conteúdos básicos até os mais complexos, no entanto, é através deste tipo de projeto que podemos mudar esse quadro, pois o estudante pode se sentir mais motivado e demonstrar maior interesse em aprender quando ele se sente estimulado e percebe a importância do que está aprendendo.

Portanto, a pesquisa teve resultados positivos na formatação de uma alternativa metodológica no ensino e aprendizagem de Estatística no Ensino Médio e essas atividades podem ser adaptadas a outros níveis de ensino, com o devido cuidado na escolha do conteúdo que será abordado.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio (PCN+) – Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.
[2] Cabral, Marcos Aurélio. A utilização de Jogos no ensino de Matemática. Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2006.
[3] Nascimento, J. F. O.; Lima, F. N. e Schivani, J. O jogo do bingo para ensinar funções afins no Ensino Médio. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande de Norte - IFRN, 2015.

ANEXO 1

Regras do jogo Ludo Estatístico

Regra 1: Cada grupo, que pode ser formado por 2 ou 4 alunos, escolhe uma cor dentre as quatro disponíveis (vermelho, amarelo, verde ou azul) e tem controle sobre quatro peças (peões) dessa mesma cor escolhida.

- Se o grupo for formado por 4 alunos, cada membro terá controle sobre um peão, sendo que:

- Se o grupo for formado por 2 alunos, cada membro terá controle sobre dois peões, sendo que:

Regra 2: O Ludo Estatístico começa com os peões em suas respectivas casas (quadrados nas cores vermelho, amarelo, verde e azul localizados nos cantos do tabuleiro) e se desenvolve no sentido horário.

Regra 3: O responsável pelo peão de número 1 de cada grupo jogará o dado uma única vez e irá anotar o valor da face voltada para cima para saber quem iniciará o jogo, no qual, será escolhido o aluno que obter a menor pontuação. Caso ocorra empate, será repetido o procedimento inicial apenas com os alunos que tiveram a mesma pontuação mínima, até desempatar.

Regra 4: Após a escolha de quem vai iniciar a partida, a ordem de jogadas se dará da seguinte maneira:

- 1ª rodada: peão 1 de cada grupo;
- 2ª rodada: peão 2 de cada grupo; e assim sucessivamente, até o encerramento do jogo.

- Cada aluno, por rodada, obedecendo a sua ordem de jogada lançará o dado uma vez. - Obtendo um resultado 1 ou 6, ele poderá tirar um peão do(a) quadrado (casa), que é o lugar onde os quatro peões começam o jogo, e colocá-lo na célula com símbolo circular (ponto de saída) referente a cor de seu grupo.

- Com um resultado 6, esse jogador ainda ganha o direito de lançar o dado mais uma vez.

Regra 5: Após o peão sobrepor o ponto de saída, a cada resultado obtido nos lançamentos seguintes do dado, cabe ao participante avançar (percorrer os caminhos do tabuleiro) com o seu peão no sentido horário.

Regra 6: O aluno que sobrepor um peão em uma célula que contenha o sinal de interrogação (?) deverá escolher aleatoriamente uma carta contendo o enunciado e o tempo de resolução de uma questão que deverá ser resolvida com o auxílio de seu grupo numa folha de respostas.

- Caso acerte a questão, o grupo ganhará uma pontuação bônus de 5 pontos.
- Caso o grupo não consiga resolver a atividade não ganhará o bônus.

Capítulo 8

Curso de matemática básica ofertado para estudantes de uma Universidade Pública do Paraná: Avaliação dos resultados de um semestre

Tereza Rachel Mafioleti
Daniana de Costa
Mayara Cristina Pereira Yamanoe

Resumo: Este artigo é fruto de uma pesquisa oriunda dos resultados de um projeto de extensão intitulado "Curso de Matemática Básica". O público alvo deste curso foram os alunos ingressantes na Engenharia Ambiental, Engenharia Química e Engenharia de Alimentos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Francisco Beltrão (UTFPR-FB). O curso foi ofertado para que os estudantes tivessem a oportunidade de rever e sanar dúvidas sobre conteúdos matemáticos básicos e essenciais para o bom desempenho acadêmico nas disciplinas do primeiro período: Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear. São apresentados e discutidos os resultados de avaliações diagnósticas para averiguar o conhecimento dos alunos ingressantes na UTFPR-FB com o intuito de conhecer as necessidades para a revisão de conteúdos matemáticos básicos dos estudantes, os possíveis motivos da minoria dos inscritos terem concluído o Curso de Matemática Básica e a eficácia do curso com base na aprovação dos seus participantes concluintes nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e de Geometria Analítica com Álgebra Linear. Os resultados aqui apresentados referem-se a dois questionários diagnósticos, um aplicado no início e outro no final do curso na edição do primeiro semestre de 2017. Foi constatado o aumento no conhecimento dos assuntos básicos, pelos concluintes do curso de matemática básica, o que culminou com a aprovação da maioria destes acadêmicos nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear.

Palavras-chave: Estudantes do Ensino Superior, Matemática básica, Defasagem na aprendizagem, Recuperação de conteúdos, Melhora do desempenho acadêmico.

1. INTRODUÇÃO

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, a matemática ajuda a estruturar o pensamento, o raciocínio dedutivo, além de se constituir como uma ferramenta importante para o dia a dia e necessária para a realização de tarefas específicas nas atividades humanas (BRASIL, 2002). Sobretudo, no que tange à matemática ensinada no Ensino Médio, Godoy (2010) discorre que esta precisa apresentar aos estudantes o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que eles possam continuar aprendendo.

Não obstante, é cada vez mais evidente a falta de conhecimentos matemáticos prévios e/ou a compreensão equivocada de assuntos abordados em níveis de ensino anteriores por estudantes que ingressam no Ensino Superior (CURY, 2009 apud MASOLA; ALLEVATO, 2016). Assim, a defasagem de conhecimentos matemáticos básicos dos estudantes e/ou a compreensão equivocada de assuntos abordados em níveis dos ensinos Fundamental e Médio têm dificultado a aprendizagem no Ensino Superior e, consequentemente, o trabalho docente.

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada durante a execução do projeto de extensão intitulado Curso de Matemática Básica que foi realizado no primeiro semestre letivo de 2017, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Francisco Beltrão (UTFPR-FB). O curso foi ofertado aos acadêmicos dos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia Química e Engenharia de Alimentos. O objetivo foi oportunizar a estes alunos a revisão de conteúdos básicos de matemática e que eles pudessem sanar as suas dúvidas, a fim de que apresentassem melhoria no seu desempenho nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 (CDI1), e Geometria Analítica com Álgebra Linear (GAAL), ambas do primeiro período nos três cursos de graduação.

Nesta seção, a problemática da defasagem na aprendizagem e a necessidade de revisão de conteúdos de matemática básica por parte dos discentes universitários são apresentadas. Na segunda seção, o artigo apresenta alguns aspectos da aprendizagem da matemática no Ensino Médio. A terceira seção referente aos materiais e métodos, aborda a maneira como o Curso de Matemática Básica está estruturado e o conteúdo dos questionários aplicados aos seus participantes. Os resultados da edição do Curso de Matemática Básica do primeiro semestre de 2017 são mostrados na quarta seção. A quinta seção, apresenta algumas considerações a respeito daquela edição do Curso de Matemática Básica.

2. A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA BÁSICA

A matemática apresentada no Ensino Médio objetiva levar os estudantes a compreenderem conceitos, procedimentos e estratégias que permitam o desenvolvimento acadêmico posterior do estudante e a aquisição de uma formação científica geral. A aplicação de conhecimentos matemáticos em situações diversas, tais como na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e cotidiana, no desenvolvimento das capacidades de raciocínio e resolução de problemas, também devem ser frutos do estudo da matemática em nível médio de escolaridade (GODOY, 2010).

Por outra parte, Godoy (2010) afirma que o espírito crítico e criativo, a expressão oral, escrita e gráfica, o estabelecimento de conexões entre diferentes temas matemáticos e entre estes temas e o conhecimento de outras áreas do saber são objetivos a serem almejados pelos estudantes de matemática desse nível de ensino.

Diante de tantos desafios, o professor nem sempre consegue atingir todos os objetivos previamente expostos pelo currículo de matemática do Ensino Médio. Verifica-se também a complexidade envolvida no processo de ensino e aprendizagem da matemática neste nível de ensino. Assim, muitas vezes não é proporcionado ao estudante um ensino de acordo com o que é idealizado e proposto no currículo, por exemplo.

Sobretudo, há de ser considerado que, existem as dificuldades enfrentadas pelos estudantes quanto à aprendizagem da matemática, as quais podem estar relacionadas com questões metodológicas utilizadas pelos docentes, professores que não apresentam boa qualificação, infraestrutura escolar insuficiente, bloqueios apresentados pelos próprios estudantes decorrentes de experiências negativas (PACHECO; ANDREIS, 2018).

As autoras supracitadas ainda discorrem que, estas dificuldades também podem ter relação com a pouca dedicação dos estudantes no que tange o estudo da matemática e ao contexto familiar e social no qual ele está inserido. Neste sentido, Masola e Allevato (2016) afirmam que, é crescente o número de estudantes que enfrentam problemas no que diz respeito à matemática no período de transição do Ensino Médio para

o Ensino Superior o que acaba elevando o número de reprovações em disciplinas da área da matemática, mais especificamente nos Cursos de Engenharia.

Neste contexto, torna-se necessário estar atento às necessidades dos estudantes que ingressam no Ensino Superior e "[...] aceitar que para algumas dificuldades dos alunos existem causas epistemológicas e pedagógicas, e que os problemas não devem ser reduzidos a chavões do tipo: "o aluno é fraco", "o aluno está desmotivado"." (PALIS, 2009 Apud MASOLA; ALLEVATO, 2016, p.68).

Logo, há de se pensar em estratégias que venham colaborar para que os estudantes ingressantes no Ensino Superior possam rever a matemática dos Ensinos Fundamental e Médio a fim de apresentar melhor aproveitamento nas disciplinas subsequentes. O Curso de Matemática Básica apresenta-se como uma resposta à problemática atual que envolve o processo de ensino e aprendizagem das disciplinas de exatas, principalmente as do primeiro período dos Cursos de Engenharia ofertados na UTFPR Campus Francisco Beltrão.

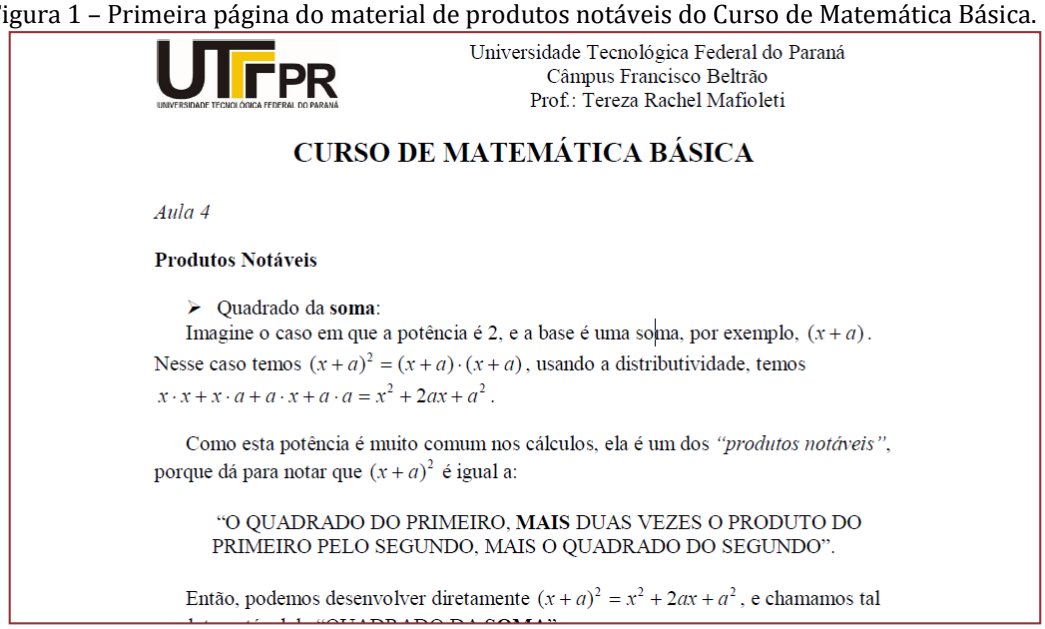
3. MATERIAIS E MÉTODOS

O Curso de Matemática Básica, conforme os moldes apresentados neste trabalho é fruto do projeto de dedicação exclusiva (DE) elaborado pela primeira autora deste artigo após a sua aprovação em concurso da Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Francisco Beltrão no primeiro semestre de 2011.

Este curso conta com instrutores voluntários, alunos de períodos avançados, que tenham sido aprovados nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear e que demonstram interesse em participar. O material utilizado pelos voluntários nas aulas do curso foi previamente preparado pela docente, primeira autora deste artigo, após consulta em livros do Ensino Fundamental e Médio. A Figura 1, a seguir mostra a primeira página do material que trata do conteúdo de produtos notáveis.

O Curso de Matemática Básica foi protocolado na Diretoria de Relações Empresariais e Comunitárias do campus Francisco Beltrão (DIREC-FB) desde a sua primeira edição, em 2012. Isto permite com que os alunos participantes, que obtenham nota maior ou igual a 6,0 e frequência mínima de 75% recebam certificado ao final do curso. Os alunos com frequência para aprovação, e que não atingiram nota maior ou igual a 6,0 na avaliação final, recebem uma declaração de participação. Tanto o certificado como a declaração podem ser utilizados para contabilizar horas em atividades complementares, necessárias para a conclusão do curso de nível superior na UTFPR. De maneira semelhante, os alunos instrutores voluntários também recebem certificado de participação, o qual também contabiliza horas em atividades complementares.

Figura 1 – Primeira página do material de produtos notáveis do Curso de Matemática Básica.



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Francisco Beltrão
Prof.: Tereza Rachel Mafioleti

CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA

Aula 4

Produtos Notáveis

➢ Quadrado da **soma**:
Imagine o caso em que a potência é 2, e a base é uma soma, por exemplo, $(x+a)$.
Nesse caso temos $(x+a)^2 = (x+a)\cdot(x+a)$, usando a distributividade, temos
$x\cdot x + x\cdot a + a\cdot x + a\cdot a = x^2 + 2ax + a^2$.

Como esta potência é muito comum nos cálculos, ela é um dos *"produtos notáveis"*, porque dá para notar que $(x+a)^2$ é igual a:

"O QUADRADO DO PRIMEIRO, **MAIS** DUAS VEZES O PRODUTO DO PRIMEIRO PELO SEGUNDO, MAIS O QUADRADO DO SEGUNDO".

Então, podemos desenvolver diretamente $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$, e chamamos tal

Fonte: Autoria própria.

Os materiais utilizados pelos instrutores do curso foram desenvolvidos até o ano de 2016, quando boa parte dos assuntos considerados necessários foi abordada. Por isso, os resultados alcançados com o curso no primeiro semestre de 2017 foram escolhidos para serem apresentados neste artigo. Cada aula do curso aborda um dos assuntos a seguir, com os seus itens.

- Aula 1 – Divisibilidade: números primos e compostos, divisibilidade pelos números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.
- Aula 2 – Frações: frações equivalentes, conversão de números decimais para fracionários e vice-versa, soma, subtração, multiplicação e divisão de frações, expressões numéricas com frações, simplificação de frações.
- Aula 3 – Divisão de polinômios: divisão de polinômios pelo método da chave e por Briott Ruffini, divisão de polinômios por binômios, teorema do resto, teorema de D'Alambert, decomposição de polinômios.
- Aula 4 – Produtos notáveis: quadrado da soma, quadrado da diferença, produto da soma pela diferença, completar quadrados.
- Aula 5 – Fatorial e binômio de Newton: fatorial, arranjo simples, permutação, combinação, binômio de Newton, triângulo de Pascal.
- Aula 6 – Potenciação e exponenciação: noção de área de quadrados e volume de cubos, propriedades de exponenciação, fatores comuns em evidência, simplificação de frações.
- Aula 7 – Logaritmos: definição de logaritmos, propriedades de logaritmos, base 10, base *e*.
- Aula 8 – Trigonometria: trigonometria do triângulo retângulo, dedução dos valores de seno e cosseno dos ângulos notáveis do primeiro quadrante, ângulos complementares, círculo trigonométrico.
- Aula 9 – Números complexos: definição, parte real e parte imaginária, igualdade entre números complexos, o conjugado, soma, subtração, multiplicação, divisão, potências, representação geométrica, módulo e forma polar de números complexos.

O público alvo do Curso de Matemática Básica são os alunos ingressantes nos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia Química e Engenharia de Alimentos do Campus Francisco Beltrão da UTFPR. Semestralmente, o curso é ofertado em dia e horário da semana em que é possível a participação dos ingressantes nos primeiros períodos. O curso inicia no segundo mês de aula, após o término do ingresso de alunos no campus, e tem duração aproximada de dois meses.

Além das nove aulas nas quais são abordados os assuntos já listados, há uma aula inicial e uma aula final. No encontro inicial, uma avaliação com questões referentes aos conteúdos e sobre a sua aprendizagem e assimilação previamente ao ingresso na universidade é aplicado. No encontro final, o conhecimento a respeito dos mesmos conteúdos é checado no término do Curso de Matemática Básica mediante a aplicação de uma avaliação final. Os resultados apresentados neste artigo são oriundos em parte das respostas a estas avaliações e em parte dos dados do sistema acadêmico, no qual é possível observar o desempenho dos alunos nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Cinquenta e nove alunos inscreveram-se no Curso de Matemática Básica no primeiro semestre letivo de 2017. Desconsiderando aqueles que desistiram do Curso de Engenharia e aqueles que nunca compareceram no Curso de Matemática Básica, foram quarenta e três alunos, os quais participaram efetivamente. Destes, conforme a Tabela 1, quatro eram de Engenharia Ambiental, vinte e quatro de Engenharia Química, e quinze de Engenharia de Alimentos.

Tabela 1 – Participantes no Curso de Matemática Básica no primeiro semestre de 2017.

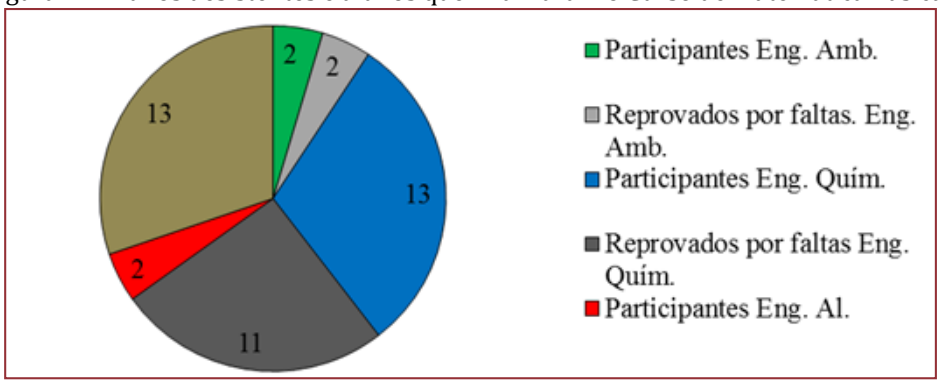
Primeiro semestre de 2017	Engenharia Ambiental	Engenharia Química	Engenharia de Alimentos
Ingressantes no curso de matemática básica	9	27	22
Desistentes do curso de engenharia	3	2	5
Nunca compareceram no curso de matemática básica	2	1	2
Participantes efetivos do curso de matemática básica	4	24	15

Fonte: Autoria própria.

Destes participantes, ainda houve aqueles que não concluíram o Curso de Matemática Básica, devido à reprovação por faltas, isto é, não compareceram em mais de 25% das aulas. Isto se deve, provavelmente, fato deste Curso não ser obrigatório na grade curricular. Outro fator que pode ter influenciado para a desistência foi o fato de o estudante priorizar as disciplinas do primeiro período, e acabar por desconsiderar a necessidade do estudo da matemática básica para o bom aproveitamento das disciplinas obrigatórias. A Figura 2 apresenta, dos quarenta e três alunos que efetivamente participaram, aqueles que reprovaram por falta e aqueles que finalizaram o curso.

O gráfico da Figura 2 mostra que 50% dos alunos do curso de Engenharia Ambiental ingressantes no Curso de Matemática Básica foram desistentes. Aproximadamente 45% dos ingressantes no Curso de Matemática Básica de Engenharia Química reprovaram por falta e aproximadamente 85% dos ingressantes no Curso de Matemática Básica do curso de Engenharia de Alimentos abandonaram o Curso antes do término.

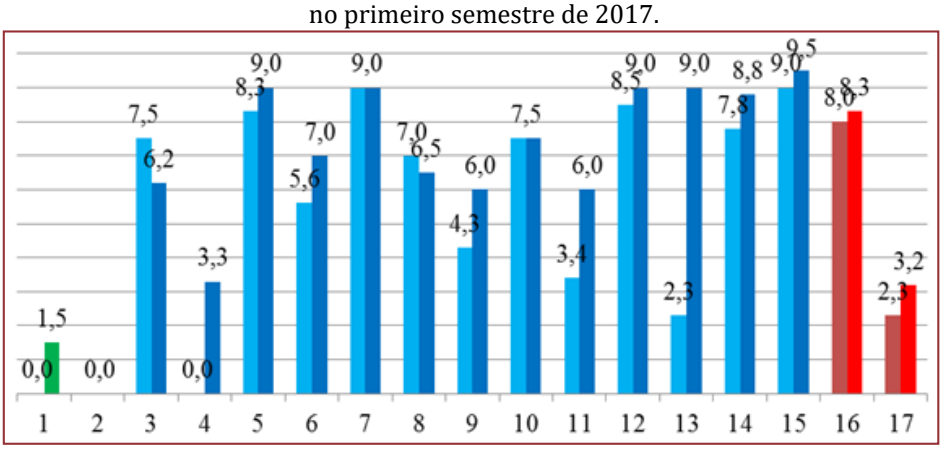
Figura 2 – Alunos desistentes e alunos que finalizaram o Curso de Matemática Básica.



Fonte: Autoria própria.

Ao ingressarem no Curso de Matemática Básica, um teste diagnóstico com questões que contemplavam os assuntos listados referentes às nove aulas, foi aplicado. Outro teste com as mesmas questões foi aplicado aos alunos que tinham frequência maior ou igual a 75%, ao final do Curso, para a obtenção de certificado caso a nota fosse maior ou igual a 6,0 ou de declaração em caso contrário. As notas do teste inicial e do teste final dos dezessete alunos com frequência maior ou igual a 75% são apresentadas na Figura 3.

Figura 3 – Notas dos alunos nos testes diagnósticos de entrada e de saída do Curso de Matemática Básica no primeiro semestre de 2017.



Fonte: Autoria própria.

No gráfico da Figura 3, as barras à esquerda, em cores mais claras, representam as notas no teste diagnóstico de ingresso no Curso de Matemática Básica, enquanto que as barras à direita, em cores mais fortes, representam as notas no teste final, cuja nota foi considerada para a emissão de certificado ou declaração, conforme previamente explicado. As barras verdes, referem-se aos dois alunos do curso de

Engenharia Ambiental, as barras azuis referem-se aos treze alunos do curso de Engenharia Química, e as barras vermelhas aos dois alunos do curso de Engenharia de Alimentos.

Observa-se que, doze dos dezessete alunos tiveram as suas notas da avaliação final maiores que as da avaliação inicial. Levando-se em consideração que as questões eram as mesmas, pode-se concluir que aproximadamente 70% dos alunos teve um avanço nos conhecimentos dos conteúdos do Ensino Médio. Dois alunos tiveram seu desempenho aparentemente piorado, devido à nota da avaliação final ser menor que a da avaliação inicial. Sabe-se que há diversos fatores envolvidos em uma avaliação e que a nota não é o único veredito final sobre o conhecimento do aluno, ainda que esta seja uma das formas de evidenciar o conhecimento adquirido.

Percebe-se a predominância da participação dos alunos do curso de Engenharia Química no Curso de Matemática Básica, pois treze dos dezessete alunos participantes do curso eram acadêmicos de Engenharia Química. Oito destes treze alunos apresentaram bom desempenho, nota maior ou igual a 6,0, na avaliação diagnóstica inicial, cerca de 61,5% dos alunos daquele curso. O gosto pela matemática, a facilidade destes oito alunos, e a contabilização das horas do Curso nas atividades complementares podem ser alguns dos motivos da permanência destes oito alunos até o final do Curso de Matemática Básica.

Considerando-se todos aqueles alunos com nota maior ou igual a 6,0, na avaliação diagnóstica inicial, aptos a desenvolverem boa aprendizagem nas disciplinas de CDI1 e GAAL, tem-se que nove dos alunos que perseveraram até o final no Curso eram aptos a aprovação nas duas disciplinas do primeiro período, mesmo antes da sua participação no Curso de Matemática Básica. Mediante informações do sistema da universidade, constata-se que, estes nove alunos foram aprovados nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear no primeiro semestre em que as cursaram, ou seja, concomitantemente as atividades do Curso de Matemática Básica. Para estes nove alunos, aparentemente, a participação no Curso não seria essencial para o bom desempenho em CDI1 e GAAL.

Sete dos oito alunos que obtiveram nota menor que 6,0 na avaliação diagnóstica inicial tiveram as suas notas aumentadas nas prova final do Curso de Matemática Básica, o que mostra que os conhecimentos prévios ao ingresso na universidade foram ampliados. Cinco destes oito alunos foram aprovados em Cálculo Diferencial Integral 1 na primeira vez que cursaram a disciplina, e seis obtiveram aprovação em Geometria Analítica com Álgebra Linear no primeiro semestre em que a cursaram. Dois alunos, destes oito, obtiveram aprovação em Cálculo Diferencial Integral 1 ao cursarem a disciplina após o primeiro semestre de 2017.

Tabela 2 – Número de alunos do Curso de Matemática Básica com maior facilidade ou dificuldade nos conteúdos

Número de alunos que	Divisibilidade e Frações	Razão e Proporção	Divisão de Polinômios	Produtos Notáveis	Fatorial e Binômio de Newton	Potenciação e Exponenciação	Logaritmos	Trigonometria	Números Complexos	Outro
Apresentam facilidade	2	2	5	1	1	2	1	2	1	4
Apresentam dificuldade	0	0	0	1	1	0	6	8	4	1
Não recordam ter estudado	1	1	3	2	4	1	6	3	4	0

Fonte: Autoria própria.

Além das questões teóricas de matemática básica, os estudantes responderam questões a respeito de quais assuntos do Curso tinham mais dificuldade ou facilidade, e quais dos assuntos não lembravam ter estudado durante o Ensino Fundamental e Médio. Os resultados são apresentados na Tabela 2.

A Tabela 2 mostra que os alunos relataram que o conteúdo com que lidam mais facilmente são os polinômios, enquanto que logaritmos, trigonometria e números complexos são os conteúdos de maior dificuldade para a maioria deles. A maior parte dos estudantes não recorda de ter estudado logaritmos,

fatorial e binômio de Newton e números complexos. Isto não significa que estes assuntos não tenham sido abordados. Provavelmente, alguns destes assuntos tenham sido abordados de maneira superficial, ou não foi lhes dado a devida importância por parte do aluno, devido à sua complexidade. Um dos alunos relatou que não tinha estudado nenhum dos conteúdos. Isto não significa que os assuntos não tenham sido abordados em sala de aula. Muito provavelmente o aluno não se dedicou o quanto deveria.

As quantidades de acertos nos assuntos abordados no Curso de Matemática Básica nas questões das avaliações diagnósticas foram contabilizadas e são apresentadas em forma de porcentagem na Tabela 3.

Tabela 3 – Porcentagens de acertos por assuntos nas avaliações diagnósticas iniciais e finais do Curso de Matemática Básica.

Porcentagem de acertos	Divisibilidade e Frações	Razão e Proporção	Divisão de Polinômios	Produtos Notáveis	Fatorial e Binômio de Newton	Potenciação e Exponenciação	Logaritmos	Trigonometria	Números Complexos
Prova diagnóstica inicial	58,8	70,6	69,1	58,8	29,4	52,9	32,4	50,0	35,3
Prova diagnóstica final	73,5	85,3	77,9	52,9	36,8	72,5	48,5	55,9	50,0

Fonte: Autoria própria.

Os assuntos fatorial e binômio de Newton, potenciação e exponenciação, logaritmos, trigonometria e números complexos são aqueles que apresentaram a menor porcentagem de acertos na avaliação diagnóstica inicial. Ao serem comparados, os acertos da Tabela 3 com as respostas da Tabela 2, percebe-se que a maioria dos alunos que respondeu ao questionário está consciente da sua deficiência apenas nos assuntos logaritmos, trigonometria, e números complexos. Devido à nota para aprovação na UTFPR ser maior ou igual a 6,0, pode ser considerado apto o para cursar as disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear aqueles com mais de 60% de acertos nos assuntos. Observa-se, na Tabela 3, que os ingressantes na UTFPR também apresentaram deficiências nos assuntos divisibilidade e frações, produtos notáveis, potenciação e exponenciação e trigonometria. Porém, estes últimos assuntos não são apontados como aqueles de maior dificuldade para a maioria, de acordo com a Tabela 2. Isto mostra que os alunos ingressantes na UTPFR-FB no primeiro semestre de 2017 e que concluíram o Curso de Matemática Básica, não tem real consciência da lacuna nos seus conhecimentos básicos de matemática.

Ainda na Tabela 3, observa-se o aumento na porcentagem de acertos da prova diagnóstica final em comparação com as porcentagens de acertos na prova diagnóstica inicial. Considerando-se o critério mínimo de 60% de acertos para aptidão ao acompanhamento das disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear, pode-se afirmar que os alunos que concluíram o Curso de Matemática Básica no primeiro semestre de 2017 ainda poderão apresentar deficiências nos assuntos produtos notáveis, fatorial e binômio de Newton, logaritmos, trigonometria e números complexos. Os assuntos fatorial e binômio de Newton e números complexos não são diretamente necessários nas disciplinas de matemática do primeiro período das Engenharias em questão. Por isso, o desempenho dos alunos não foi prejudicado e foi observada a aprovação de todos os que concluíram o Curso de Matemática Básica na disciplina de CDI1, enquanto que apenas um dos alunos não obteve aprovação em GAAL.

O assunto produtos notáveis foi o único que teve porcentagem de acertos diminuída na avaliação diagnóstica final em comparação com a inicial. Em ambas as provas, apenas uma questão necessitava do conhecimento deste assunto. Por isso sugere-se que a inclusão de outras questões envolvendo o assunto nas avaliações de diagnósticos, a fim de proporcionar aos alunos outras chances de mostrarem o seu conhecimento no assunto. Assim, os resultados serão mais condizentes com a realidade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Curso de Matemática Básica cumpriu com o seu objetivo principal de retomar e fortalecer conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio para os seus dezessete participantes que concluíram o Curso. Para nove, dos dezessete alunos, o auxílio do Curso foi aparentemente desnecessário, pois obtiveram nota maior ou igual a 6,0 na prova diagnóstica inicial. Isto mostrou que estes nove estavam aptos ao bom desempenho em Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear antes mesmo de assistirem as aulas do Curso. Para sete alunos, com nota na prova diagnóstica inicial inferior a 6,0, e que tiveram a sua nota aumentada na avaliação diagnóstica final, o curso favoreceu a recuperação de conteúdos básicos para um bom desempenho acadêmico. Isto foi verificado no fato de que todos que finalizaram o Curso foram aprovados nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1. Apenas um dos concluintes do Curso não foi aprovado em Geometria Analítica com Álgebra Linear.

Considerando-se os sete alunos, para os quais o curso foi considerado necessário, por não apresentarem bom desempenho na prova diagnóstica inicial, em um universo de quarenta e três participantes efetivos inscritos, tem-se que 16,3% dos alunos com real necessidade foi alcançado pelo Curso de Matemática Básica. Tendo em vista o ingresso de quarenta e quatro alunos por curso semestralmente, esta porcentagem mostra que poucos dos alunos do campus Francisco Beltrão com reais necessidades de recapitulação de conteúdos essenciais para o bom desempenho acadêmico receberam ajuda por meio do Curso de Matemática Básica.

Após comparação das respostas dos questionários, sobre o relacionamento do aluno com os conteúdos, com os acertos nas avaliações diagnósticas por conteúdo, foi observado que a maioria dos alunos ingressantes na universidade não tem consciência de suas dificuldades, deficiências e inaptidões em determinados assuntos. Esta falta de consciência implica não apenas em alto índice de reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral 1 e Geometria Analítica com Álgebra Linear, mas também na pouca procura e no abandono do Curso de Matemática Básica.

Uma sugestão para que a procura de alunos com real necessidade pelo Curso de Matemática Básica aumente é a aplicação de uma avaliação diagnóstica para todos os alunos ingressantes nos Cursos de Engenharia. Assim, principalmente aqueles que obtiverem nota inferior a 6,0, devem ser encaminhados para o Curso. O teste diagnóstico pode auxiliar no reconhecimento das necessidades com relação aos conteúdos e motivar a participação dos alunos nas aulas do Curso de Matemática Básica.

Quanto ao questionário, observou-se que as perguntas de cunho qualitativo deixaram margens para algumas interpretações distintas, por isso, devem ser reformuladas. O acréscimo e/ou a alteração de algumas questões abertas de matemática são sugeridos para melhoria e maior precisão dos resultados.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio. Brasília, 2002.

[2] Godoy, E. V. A matemática no Ensino Médio – a trajetória brasileira desde a década de 80 e as organizações curriculares de outros países. Práxis Educacional, Vitória da Conquista, v.6, n.9, p. 77-100, 2010.

[3] Masola, W. de J.; Allevato, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior**.** Rebes - Revista Brasileira de Ensino Superior, Passo Fundo, v.2, n.1, p.64-74, 2016.

[4] Pacheco, M. B.; Andreis, G. da L. S. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Revista Principia – Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, João Pessoa, v.1, n.38, p.105-119, 2018.

Capítulo 9

O ensino de probabilidade via conceito de medida

Diego Dutra Zontini
Maikon Luiz Mirkoski

Resumo: Este artigo trabalha com base no relato de uma situação didática construída a partir das etapas da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996), evolvendo situações problemas do assunto de Probabilidade, com os objetivos da BNCC. Trazemos uma maneira diferente de ensino, utilizando uma transposição de conteúdo matemático mais abstrato (JAMES, 1996) para alunos de ensino médio. Buscamos deixar bem claro em nosso texto que nos dispomos a ensinar o conceito de probabilidade, sem ainda ensinar os conceitos de análise combinatória, e também desde o início dos trabalhos sempre definimos medida de probabilidade, tendo em vista a importância de definir conceitos matemáticos de maneira mais geral, para não criar futuras rupturas nos conceitos. A metodologia segue os princípios da Engenharia Didática, que valoriza tanto o aspecto teórico como experimental, a fim de analisar as situações didáticas ocorridas no ambiente escolar. A atividade foi vivenciada em aulas de Matemática com vinte e oito estudantes do terceiro ano do curso técnico em informática integrado ao ensino médio.

Palavras-chave: Ensino, Medida, Probabilidade, Engenharia Didática.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo desse artigo é promover uma discussão sobre o ensino de probabilidade por meio do conceito de medida. Aplicaremos uma sequência didática em uma turma de 3º ano do curso técnico em informática integrado ao ensino médio, com objetivo de ensinar probabilidade sem usar fórmulas, e antes do conteúdo de análise combinatória. Podemos destacar que o objetivo principal é atender as novas habilidades que a BNCC traz, principalmente o "(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades" (BNCC, 2017, p.533).

Os professores muitas vezes baseiam suas aulas em problemas rotineiros e fórmulas prontas, sem utilizar à abordagem a problemas que agucem a curiosidade dos alunos. Dos poucos problemas encontrados em livros, estes não chegam a ser trabalhado, pois a maneira como são inseridos levam o professor a deixar de trabalhá-los, sendo que eles são os últimos problemas de cada capítulo dos livros, quando existem.

Não podemos colocar a culpa totalmente nos professores, pois lhes falta tempo, e um material que enfatize tais importâncias dos problemas de probabilidade que saiam da rotina, mais precisamente problemas que abordem a medida de um conjunto.

Os livros didáticos raramente apresentam o termo 'medida de um conjunto', e de certo modo esse conceito puro realmente é complexo para alunos de ensino médio, entretanto a ideia por trás dele é muito simples, e podemos trabalhar uma infinidade de problemas interessantes sem utilizar um rigor matemático ou o próprio conceito puro, basta entendermos a ideia geral.

Neste trabalho buscaremos entender e fazer uma transposição didática deste conceito para professores. Faremos mais adiante o desenvolvimento geral de Teoria da medida e da Teoria de probabilidade, de modo a deixar claro qual ideia de medida usaremos em probabilidade e ver como isto é importante em certos contextos.

2. O ENSINO DE MATEMÁTICA

O papel do professor é desafiador, e vai muito além do constante estado de atualização de conhecimentos e estratégias de ensino. Primeiramente, por que não pode ser considerado como único detentor do conhecimento, e nem um conhecimento pronto e acabado, por outro lado, o estudante não pode ser visto como uma página em branco ou um agente passivo no processo de aprendizagem deve haver tripla correlação professor/conhecimento/aluno (BRUM; SCHUHMACHER, 2013, p.62).

O ensino de matemática está fortemente entrelaçado com resolução de problemas, mesmo utilizando de outras metodologias de ensino, a resolução de problemas certamente aparecerá durante o processo de ensino.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p.33), define-se problema como ``uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado.'' Dessa forma, a solução não pode estar disponível inicialmente, mas deve ser possível construí-la a partir de certos conhecimentos prévios.

Segundo Gaffuri (2012, p.38) "[...] resolver problemas parece ser um desafio para alunos e professores de Matemática. Embora pareça ser a metodologia mais utilizada, há dúvidas quanto ao que se faz em sala de aula ser mesmo resolução de problemas ou meros exercícios de fixação." Ensinar matemática através da resolução de problemas, remete a um processo de ensino-aprendizagem que inicia com uma situação-problema, esta deve ser a partida em busca da construção de novos conceitos e conteúdos matemáticos. Além disto, uma situação-problema deve ser instigadora, deve deixar o aluno curioso a ponto de demandar seu esforço para trabalhar em uma solução.

Os professores devem tomar cuidado com o que utilizam em sala de aula, com o nome problema, as vezes com uma contextualização forçada e ainda pior, a resolução do problema é fechada, ou seja, a criatividade do aluno não será despertada, isso certamente incentivará pouco o desenvolvimento de habilidades. Esse tipo de problema, são aqueles que de antemão o aluno identifica a parte do conteúdo a ser utilizado, sem que haja necessidade de construir um novo conhecimento e utilizar o raciocínio matemático (BRASIL, 2006, p. 83).

O uso de materiais concretos com a resolução de problemas, propiciando à visualização, o questionamento, a reflexão e a construção do conhecimento por parte dos alunos, mostra resultados que indicam que frente a um conceito matemático desconhecido, os alunos buscam exprimi-lo por meio dos conceitos já conhecidos e os novos construídos no decorrer das atividades. Verifica-se também que os grupos de alunos tem dificuldade em criar estratégias, argumentar e formalizar ideias matemáticas. De modo geral, devemos dar maior importância na inclusão de resolução de problemas como estratégia de ensino, a qual pode proporcionar aos alunos a construção do próprio conhecimento (GAFFURI, 2012).

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias:

> Se por um lado a ideia de situação-problema pode parecer paradoxal, pois como o aluno pode resolver um problema se ele não aprendeu o conteúdo necessário à sua resolução?, por outro lado, a história da construção do conhecimento matemático mostra-nos que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos (BRASIL, 2006, p. 84).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, citam ainda a importância de situação-problema ligada ao 'mundo real', considerando sua complexidade, pois nesses problemas o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências, desde selecionar variáveis que serão relevantes para o caso, transpor o problema com base em seu conhecimento, problematizar possíveis soluções, ou seja, realmente um problema com aplicações práticas e diretas no cotidiano do aluno (BRASIL, 2006, p. 84).

O acaso está presente na vida diária de todas as pessoas, com resolução de problemas diários, dessa forma vemos que o conceito de probabilidade vem junto a eles, porém na maioria das vezes mascarado. Nosso dia a dia está repleto de escolhas que fazemos e constantemente é preciso tomar decisões, desde situações corriqueiras como por exemplo, escolher a cor da roupa, qual a comida nas refeições, o menor caminho até o trabalho ou escola, até decisões mais difíceis e complexas, tais como a escolha da profissão, do quando formar família, e assim por diante, desse forma as pessoas estão à mercê do acaso sempre e em todo lugar (GAFFURI, 2012).

Para contribuir na formação inicial e continuada do ``professor pesquisador'', faremos uma proposta inovadora no ensino de probabilidade, que ao mesmo tempo privilegia a intuição e também está de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017). Nosso estudo de caso também poderá servir para apresentar e detalhar uma metodologia, com potencial para servir de base para as pesquisas de sala de aula, que envolvam teoria e prática de maneira bem definida, é assim que a Engenharia Didática funciona como metodologia de pesquisa.

Este é um trabalho, na forma de uma ação pedagógica/investigativa, que contou com planejamento e implementação de uma sequência didática para ensino de probabilidade, no nível médio, sendo que os alunos não tinham conhecimento prévio de análise combinatória. Dessa forma a sequência didática tem entre suas principais características a abolição de fórmulas prontas e acabadas, e prioriza a intuição dos alunos, com enfoque no conceito de medida. A metodologia que utilizaremos, foi a qual tem os princípios e etapas mais coerentes com nossa proposta, sendo assim nosso trabalho está fortemente utilizando a metodologia da Engenharia Didática, pois de acordo com Pais

> Trata-se de uma sistematização da pesquisa de maneira que ciência e técnica são mantidas articuladas, estabelecendo melhores condições de fluxo entre as fontes de influência descritas pela transposição didática. Nesse caso, o saber acadêmico é constituído pelos resultados da pesquisa, enquanto que suas constatações práticas estão relacionadas com o saber a ser ensinado. A estrutura proposta pela engenharia didática mantém um elo de aplicação entre esses dois saberes, aproximando a academia das práticas escolares(PAIS, 2016, p. 104).

3. ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática (clássica ou de primeira geração) emergiu na didática da matemática no início dos anos 1980. Iniciada em 1982 por Yves Chevallard e Guy Brousseau, depois, em 1989, por Michèle Artigue.

A Engenharia Didática, encarada como metodologia de pesquisa, possui a característica de um esquema experimental baseado em *realizações didáticas* em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Tem inspiração no trabalho do engenheiro, cuja atuação exige um conhecimento científico sólido, mas também exige enfrentamento, no sentido de comparação de problemas práticos para os quais não existe teoria prévia, momentos de proposição de soluções, que visam além de resolver um problema correlacionar a solução com a teoria (CARNEIRO, 2009).

Segundo Artigue (1996), a Engenharia Didática é um processo empírico que objetiva conceber, realizar, observar e analisar situações didáticas. Inicialmente associada como metodologia para a análise de situações didáticas, a Engenharia Didática foi concebida como um trabalho didático de modo análogo ao:

> [...] ofício do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta. (ARTIGUE, 1996, p. 193)

Em um trabalho com a engenharia didática o professor faz da sua ação pedagógica um objeto de investigação, estabelecendo uma dependência entre saber teórico e saber prático, em busca da construção de conhecimento, seguindo a afirmação de Pais:

> A engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática. Esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na conduta de investigação do fenômeno didático, pois sem articulação entre a pesquisa e a ação pedagógica, cada uma destas dimensões tem seu significado reduzido(PAIS, 2016, p. 99).

Os modelos da Engenharia Didática proposta pela pesquisadora francesa Michèle Artigue, possuem 4 etapas a cumprir: análises prévias; concepção e análise a priori; experimentação e análise a posteriori com validação.

A etapa 1 é Análise prévia, faz-se um estudo teórico acerca do conteúdo que deseja-se implementar nas sequências didáticas, desde aspectos históricos até algumas das dificuldades que possam surgir. Nesta etapa também é importante se situar com algumas pesquisas que estão sendo publicadas sobre o conteúdo escolhido, deve-se fazer o reconhecimento dos sujeitos envolvidos na pesquisa, ambiente entre outros. Para complementar, Pais diz que:

> Para melhor organizar a análise preliminar, é recomendável proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemologia cognitiva, pedagógica, entre outras. Cada uma dessas dimensões participa na constituição do objeto de estudo(PAIS, 2016, p. 101).

A etapa 2 é a Análise a priori, nesta etapa fazemos as elaborações das sequências didáticas, devemos ter bem claro a importância de cada objeto de ensino para a construção junto ao aluno. Outro ponto muito importante nesta etapa é elencar as hipóteses que se pretende alcançar com a aplicação da sequência didática.

A elaboração de uma sequência didática exige toda uma preparação, pois é formada por algumas aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem. De modo geral, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula, pois acontece a execução de todo um projeto diferenciado, assim é preciso estar atento ao maior número possível de informações que possa contribuir na parte da análise do fenômeno investigatório (PAIS, 2016, p.102).

A etapa 3 é Experimentação, o momento de aplicação da sequência elaborada em sala de aula. Nesta etapa, muitas informações serão captadas e posteriormente analisadas. É comum que da aplicação sejam coletados escritos das atividades dos alunos, pois a simples observação pode gerar um entendimento muito superficial das dificuldades e perde-se detalhes individuais de cada aluno.

Por fim, a etapa 4 a Análise a posteriori, partimos das observações realizadas durante a fase da experimentação, e faremos a validação ou não das hipóteses levantadas na análise a priori. É indispensável a coleta de dados durante a etapa 3, para o processo de validação ser o mais completo possível.

Segundo Brum e Schuhmacher (2013) a atuação ativa do aluno com seu processo de aprendizagem deve ser valorizada, pois é fundamental na pesquisa. O sucesso da pesquisa também depende do procedimento, envolvimento dos alunos e habilidade de escolher o caminho adequado para verificar os objetivos da experimentação, todos estes aspectos devem ser considerados no planejamento. Deste modo, com a Engenharia Didática, enquanto vertente da pesquisa qualitativa, buscamos estudar os problemas inerentes à aprendizagem de conceitos específicos da Matemática, diagnósticos de dificuldades, e a compreensão do desenvolvimento das estratégias dos alunos e aprendizagem.

Portanto, a proposta desse estudo foi de realizar uma pesquisa de natureza qualitativa, buscando uma abordagem descritiva, mas sem intenções de generalização analítica, com ênfase em um Estudo de Caso.

4. O ENSINO DE PROBABILIDADE

O estudo do acaso ou a teoria da aleatoriedade é denominada Probabilidade. Segundo (MORGADO et al., 1991, p.128) ``a Probabilidade é o ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.'' Experimentos aleatórios podem ser definidos como ``experiências que repetidas sob as mesmas condições produzem resultados geralmente diferentes'' (LIMA, 1997, p.113).

> Fenômenos aleatórios acontecem constantemente em nossa vida diária. São frequentes perguntas tais como: choverá amanhã? Qual será s temperatura máxima no próximo domingo? Qual será o número de ganhadores da Loteria Esportiva? Quantos habitantes terá o Brasil no ano 2000? (MORGADO et al., 1991, p.128).

A resolução de problemas, é o princípio norteador da aprendizagem da matemática, não faz sentido trabalhar com atividades envolvendo conceitos estatísticos e probabilísticos que não estejam vinculados a essa problemática. Ela pode possibilitar o desenvolvimento do trabalho com estatística e probabilidade em sala, porque da mesma forma que a matemática, a probabilidade também se desenvolveu através da resolução de problemas de ordem prática na história (LOPES, 2018).

> Uma vez mais ressaltamos que o ensino da estocástica deve propiciar ao estudante situações que lhe permitam a superação do determinismo em favor da aleatoriedade. É necessário trabalharmos dentro do currículo de Matemática com situações que envolvam as idéias de acaso e de aleatório, pois, do contrário, estaremos reduzindo o ensino desta ao verdadeiro e falso de suas proposições (LOPES, 2008, p.63).

Na BNCC, temos que “Certeza e incerteza são inerentes, ainda, as variadas formas de comunicação social, que empregam elementos de estatística e suas representações, além dos problemas de contagem e de formas intuitivas de expressão de probabilidades” (BRASIL, 2017, p.521).

O trabalho de Palaro (2006) apresenta um estudo da obra Sobre a Medida das Grandezas de autoria de Lebesgue, buscando identificar aspectos do processo que Lebesgue considerava para o ensino da Matemática. O estudo concluiu que Lebesgue, construtivista que era, não gostava da tendência axiomática de fazer Matemática de sua época; dava ênfase a atividade e considerava a Matemática um instrumento que não tem objetos próprios; propagava uma filosofia da Matemática simples e utilitária, que seria apenas um relato das práticas desenvolvidas pelos matemáticos; considerava que, no ensino assim como na prática de fazer matemática, se deveria iniciar com uma atividade, a partir da qual poderiam ser abstraídos conceitos, fazer generalizações, deixando as definições axiomáticas por último.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade.

> Os conteúdos do bloco Análise de dados e probabilidade têm sido recomendados para todos os níveis da educação básica, em especial para o ensino médio. Uma das razões desse ponto de vista reside na importância das ideias de incerteza e de probabilidade, associadas aos chamados fenômenos aleatórios, presentes de forma essencial nos mundos natural e social (BRASIL, 2006, p.78).

Ainda nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, temos que "Ao estudar probabilidade e chance, os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e probabilidade, que aparecem na nossa vida diariamente, particularmente na mídia" (BRASIL, 2006, p.79).

Ao tratar da Matemática enquanto componente curricular, o documento BNCC apresenta sua estrutura em 5 eixos: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções.

Temos no eixo Estatística e Probabilidade, as habilidades:

- "(EM13MAT511)Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de eventos equiprováveis ou não, e investigar as implicações no cálculo de probabilidades"(BRASIL, 2017, p.533).
- "(EM13MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades"(BRASIL, 2017, p.529).
- "(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos"(BRASIL, 2017, p.529).
- "(EM13CNT205) Utilizar noções de probabilidade e incerteza para interpretar previsões sobre atividades experimentais, fenômenos naturais e processos tecnológicos, reconhecendo os limites explicativos das ciências"(BRASIL, 2017, p.543).

Nossa proposta de ensino visa contribuir para que todas as habilidades acima citadas sejam cumpridas, no entanto, foge ao espaço deste trabalho cumprir todas elas. Iremos então reescrevê-las conforme nossos objetivos de trabalho, desta forma, trazemos como hipóteses, as seguintes habilidades.

a) Reconhecer a diferença entre tipos de espaços amostrais, discretos ou contínuos, finitos ou infinitos, de eventos equiprováveis ou não.

b) Reconhecer a existência de diferentes medidas de conjuntos discretos ou contínuos.

c) Resolver problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando a medição do evento a partir de uma medida adequada ao contexto.

d) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos e condicionais.

e) Utilizar noções de probabilidade para interpretar previsões sobre atividades experimentais.

5. HISTÓRICO E CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Até o advento da teoria da medida, a probabilidade foi estudada a partir de problemas de azar e de métodos para resolvê-los. O interesse de matemáticos nestes problemas remonta a Pascal e Fermat no século XVII. Mas ainda não existia nenhuma teoria geral, nem boas definições fundamentais para se basear. Esta é uma das principais realizações do século XX e é inteiramente devido ao desenvolvimento da teoria da medida.

Cardado, Pascal e Laplace entre outros adotaram em seus estudos de jogos de azar que a probabilidade de um evento é a razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número total de casos possíveis (LIMA, 1997, p.115).

Uma teoria de probabilidade com base matemática firme só veio após a teoria de medida ser construída, especialmente por Lebesgue e Borel, mas foi A. Kolmogorov que lançou as bases da teoria das medidas de probabilidade.

Não podemos deixar parecer que a única aplicação da teoria de medidas seja a probabilidade, muito pelo contrário, ``Quanto à Teoria da Medida, esta foi importantíssima, inclusive, para matematizar outras áreas de conhecimento como, por exemplo, a probabilidade, as teorias econômicas e a termodinâmica.'' (PALARO, 2006, p.227).

5.1. TEORIA DA MEDIDA

Seja um conjunto Ω, definimos $P(\Omega)$ como sendo o conjunto dos subconjuntos contidos em Ω. Utilizaremos C para indicar uma classe específica de conjuntos, tais que:

A1. $\Omega \in \mathbb{A}$

A2. Se $A \in \mathbb{A}$, então $A^c \in \mathbb{A}$

A3. Se $A \in \mathbb{A}$ *e* $B \in \mathbb{A}$, então $A \cup B \in \mathbb{A}$

A classe de conjuntos C que satisfaz A1, A2 e A3 é chamada uma álgebra de conjuntos.

Proposição. Seja A uma álgebra de subconjuntos de Ω. Então valem as seguintes propriedades:

A4. $\varnothing \in \mathbb{A}$

A5. $\forall n, A_1, \cdots, A_n \in \mathbb{A}$, *temos* $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathbb{A}$ *e* $\bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathbb{A}$

A3'. Se $A_n \in \mathbb{A}$ para $n = 1, 2, 3, \cdots$, então $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathbb{A}$

A classe de eventos A que satisfaz A1, A2 e A3' é uma *sigma -álgebra* de eventos. Como A3' implica em A3, temos que toda sigma-álgebra é uma álgebra. De modo geral, sempre podemos supor, sem perda de generalidade que A é uma sigma-álgebra em vez de álgebra, tal fato é justificável pelo *Teorema da Extensão de Carathéodory*.
O par (Ω, C) chama-se *espaço mensurável*. Os elementos de C chamam-se conjuntos mensuráveis.
Exemplo de sigma-álgebra de eventos aleatórios.
Caso discreto:
Se Ω for finito ou enumerável, então A será (usualmente) a sigma-álgebra de todas as partes de Ω, ou seja, $C= P(\Omega)$.
No lançamento de um dado, temos $\Omega= \{1,2,3,4,5,6\}$, e assim
$C=P(\Omega)=\{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, ..., \{6 \},\{1,2\}, ..., \Omega\}$
Sendo n o número de elementos de Ω, a classe C das $P(\Omega)$ terá 2^n elementos, neste exemplo, $P(\Omega)$ possui $2^6 =32$ elementos. É fácil ver que $P(\Omega)$ é uma sigma-álgebra.
Caso contínuo:
Selecionar, ao acaso, um ponto do intervalo [0,1]. Aqui $\Omega=[0,1]$, e C é o conjunto de todos os subconjuntos cujo comprimento esteja bem definido.
Vamos considerar primeiramente $A_0 = \{A \subsetneq [0,1]$: A é união finita de intervalos$\}$.

A_0 é uma álgebra, pois $\Omega \in A_0$, se $A \in A_0$ então A^c também é união finita de intervalos, e A3 é trivial. Mas A_0 não é uma sigma-álgebra, pois não contém, por exemplo o evento:

$$A = \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, \frac{7}{8}\right) \cup \cdots \cup \left(1 - \frac{1}{2^n}, 1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) \cup$$

que é uma união enumerável de intervalos, mas claramente não é finita. Temos então uma classe maior e mais complicada de eventos que A_0 . Esta classe será uma sigma-álgebra de intervalos, denominada a sigma-álgebra de Borel.

Denota-se por B a sigma-álgebra de Borel na reta, esta é a menor sigma-álgebra contendo todos os intervalos. Os elementos desta sigma-álgebra são os *borelianos* da reta. Em termos intuitivos, um boreliano é um conjunto que pode ser obtido de um número enumerável de intervalos aplicando-se as operações união, intersecção e complementar para um número enumerável de vezes.

Exemplo: O conjunto dos números racionais é um boreliano por ser união enumerável de intervalos degenerados (pontos), e o conjunto dos irracionais também é, pois é o complementar de uma união enumerável.

De maneira análoga podemos definir B^2, que é a menor sigma-álgebra contendo todos os retângulos. No caso geral, B^n denota a menor sigma-álgebra contendo todos os retângulos n-dimensionais.

Uma função $\mu : C \to (-\infty, \infty]$ é chamada uma função de conjunto. Defini-se assim uma terna $(\Omega, A\ \mu,)$ chamada um *espaço de medida*, em que Ω é um conjunto, C é uma sigma-álgebra contida em $P(\Omega)$ e μ é uma medida sobre C.

Temos medidas μ finitamente aditiva, se para $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n \in C$, então

$$\mu\left(\sum_{k=1}^{n} A_k\right) = \sum_{k=1}^{n} \mu(A_k)$$

E medidas μ sigma-finita, se para $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n, \ldots \in C$, então

$$\mu\left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \mu(A_k)$$

Vale ressaltar que nas duas definições anteriores $\sum_{k=1}^{n} A_k$ representa uma união disjunta dos conjuntos A_k. No decorrer da teoria, precisaremos usar medidas finitamente aditiva ou sigma-finita. Por exemplo, no teorema a seguir.

Teorema da Extensão de Carathéodory - Dada uma medida μ sigma-finita sobre a álgebra C, existe uma única medida, $\bar{\mu}$ que estende sobre μ a sigma-álgebra gerada por C. De modo que, $\bar{\mu}(C) = \mu(C), \forall\ A \in C$.

Ainda não dedicamos a desenvolver uma maneira de medir. Vamos utilizar a Medida de Lebesgue a partir deste ponto. Comecemos por definir o volume (comprimento) de Lebesgue.

Se I^n = {intervalos de R^n do tipo {($X_1, X_2, \ldots, X_n$): $-\infty < a_i < x_i < b_i < \infty, i:1,2,3,\ldots$,então seja: A $\in I^n$; A é o produto cartesiano de n intervalos { $X_i \in R$: $-\infty < a_i < x_i < b_i < \infty, i:1,2,3,\ldots$ }.
O volume é:

$$m(A) = \prod_{i=1}^{n} (b_i - a_i)$$

m(A) é zero se algum par de extremos dos intervalos tem o mesmo valor; é infinito se algum extremo for infinito.
Vamos agora, estender esta função para a sigma-álgebra de Borel.
Dado B um boreliano, tal que com $A_i \in I^n$ e $B = \cup_{j=1}^{k} A_j$ disjuntos, define-se o volume de B:

$$m(B) = \sum_{j=1}^{k} m(A_j)$$

Esta função só tem sentido se não depender da representação particular de B. De fato, prova-se que:
Teorema – A função $\overline{\mu}$ em B^n dada pela expressão acima, é unicamente definida, não negativa, aditiva, monótona, e coincide com m em I^n. Ou seja,

1. $A \subset B$ *com* $A, B \in \mathbb{B}^n \rightarrow 0 \leq \overline{\mu}(A) \leq \overline{\mu}(B)$
2. $A, B \in \mathbb{B}^n,\ A \cap B = \varnothing \rightarrow \overline{\mu}(A + B) = \overline{\mu}(A) + \overline{\mu}(B)$
3. $\overline{\mu}(A) = m(A)\ \forall A \in I^n$

5.2. MEDIDAS DE PROBABILIDADE

Estamos interessados apenas na existência de medidas de probabilidades em uma certa sigma-álgebra C de eventos, denominados eventos aleatórios; suponhamos que a todo A $\in C$ associamos um número real P(A), o qual chamaremos de probabilidade de A (JAMES,1996).

Axioma 1. $P(C) \geq 0$

Axioma 2. $P(\Omega) = 1$

Axioma 3. (*Aditividade finita)* Se $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n \in C$ são disjuntos (2 a 2), então

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right) = \sum_{k=1}^{n} P(A_k)$$

Uma medida m que satisfaz os 3 axiomas acima é chamada de medida de probabilidade.

Em Lima (1997, p.114), o axioma 1 é $0 \leq P(C) \leq 1$, entretanto, nossa escolha justifica-se pelo fato de podermos provar que $0 \leq P(C) \leq 1$ a partir dos axiomas, faremos isso nas propriedades, mais precisamente em P3.

Definimos então, para todo $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n \in C$, disjuntos (2 a 2) que

$$P(A) = \frac{\overline{\mu}(A)}{\overline{\mu}(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k)}.$$

Teorema. Se C é uma sigma-álgebra em Ω e P é definido como na expressão acima, então P é uma medida de probabilidade.

Demonstração. O Axioma 1 é verificado pelo fato de $\overline{\mu}$ ser sempre não negativa. Para o Axioma 2, temos que para $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n \Omega = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k \in C$ disjuntos (2 a 2). Para o Axioma 3, temos

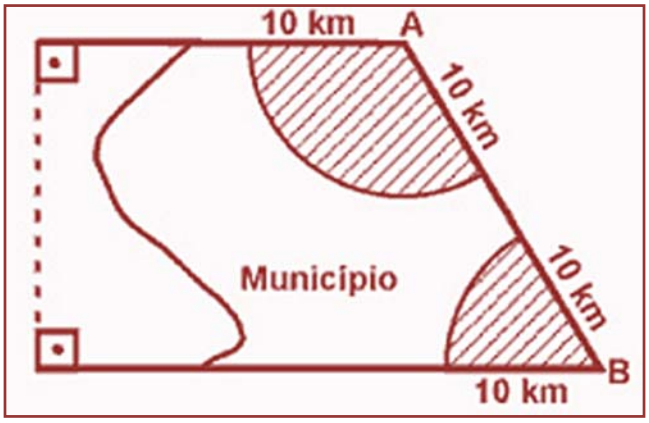
$$P\left(\bigcup_{j=1}^{n} A_j\right) = \frac{\overline{\mu}(\bigcup_{j=1}^{n} A_j)}{\overline{\mu}(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k)} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(\overline{\mu}(A_j))}{\overline{\mu}(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k)} = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{(\overline{\mu}(A_j))}{\overline{\mu}(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k)}\right)$$

Se C é uma sigma-álgebra em Ω e P é uma medida de probabilidade em C, então a tripla (Ω, C, P) é chamada um espaço de medida de probabilidade, ou simplesmente espaço de probabilidade.

A probabilidade que é comumente usada em espaços finitos e equiprováveis é a que se obtém definido P(A), como quociente do número de elementos contidos em A (casos favoráveis) pelo número de elementos de Ω (casos possíveis). Existem muitas probabilidades (ou seja, funções satisfazendo os axiomas 1, 2 e 3 que não são desta forma particular (MORGADO et al., 1991, p.136). Um exemplo simples se obtém tomando Ω={1,0} e definindo:

$$P(\varnothing) = 0; \quad P(\Omega) = 1; \quad P(\{0\}) = \frac{2}{3}; \quad P(\{1\}) = \frac{1}{3}.$$

Um outro exemplo (LIMA, 1997, p.114), mas de cunho prático, pode ser:
Lança-se uma moeda e observa-se a face que cai voltada para cima. O espaço amostral é Ω={cara,caroa} e há 4 eventos: ∅ , A={cara} , B={coroa} , Ω . Uma probabilidade que pode ser definida é:
P1(∅) = 0, P1(A) = P1(B) = 0,5 e P1(Ω)=1.
Outra probabilidade(pensando em uma moeda viciada) que pode ser definida é:
P2(∅) = 0, P2(A)=0,3, P2(B)=0,7 e P2(Ω)=1 .
Exemplo:
(ENEM) Um município de 628 Km^2 é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas A e B alcançam um raio de 10 Km do município, conforme mostra a figura:



Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras. Essa probabilidade é de, aproximadamente quanto?

Primeiramente, pela soma dos ângulos internos de um quadrilátero, temos que os dois setores atendidos pelas emissoras formam metade de um círculo de raio 10 Km, assim a área que possui cobertura de emissoras é de $A = 10^2\pi/2$.

Logo, $P(A) = 50\pi/628 \approx 25$ %.

Neste exemplo a medida usada foi a área da região, por mais que neste caso se trata de setores circulares, e não retângulos em R^2, podemos calcular essa área por aproximação de retângulos aplicando diretamente a medida de Lebesgue.

Partindo dos axiomas, pode-se provar algumas propriedades, as quais são uteis em situações problemas.

Propriedades:

P1. $P(A^c) = 1 - P(A)$

P2. $A \square B \rightarrow P(A) \leq P(b)$

P3. $0 \leq P(A) \leq 1$

P4. $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$

P5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Probabilidade Condicional:

Seja (Ω, C, P) um espaço de probabilidade. Se B $\in$ C e P(B) > 0, a probabilidade condicional de A dado B é definida por: P(A | B) = P($A \cap B$) / P(B).

Se P(B) = 0, P(A | B) = P(A) (JAMES, 1996, p.14).

Independência

Seja (Ω, C, P) um espaço de probabilidade. Os eventos aleatórios A e B são independentes se P($A \cap B$) = P(A) . P(B).

Exemplo: Lançamentos sucessivos de dado/moeda. Suponhamos o lançamento de duas moedas, e queremos obter duas caras. Temos os seguintes eventos: A = {Cara na primeira moeda} e B = {Cara na segunda moeda}.

Assim, P(A) = 1/2 e P(B) = 1/2, e P($A \cap B$) = 1/4 = 1/2 . 1/2 = P(A) . P(B), pois neste último passo temos Ω = { (cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)}.

Podemos também dizer que eventos independentes são eventos em que a probabilidade de ocorrer certo resultado não depende ou se modifica, conforme resultados de eventos anteriores.

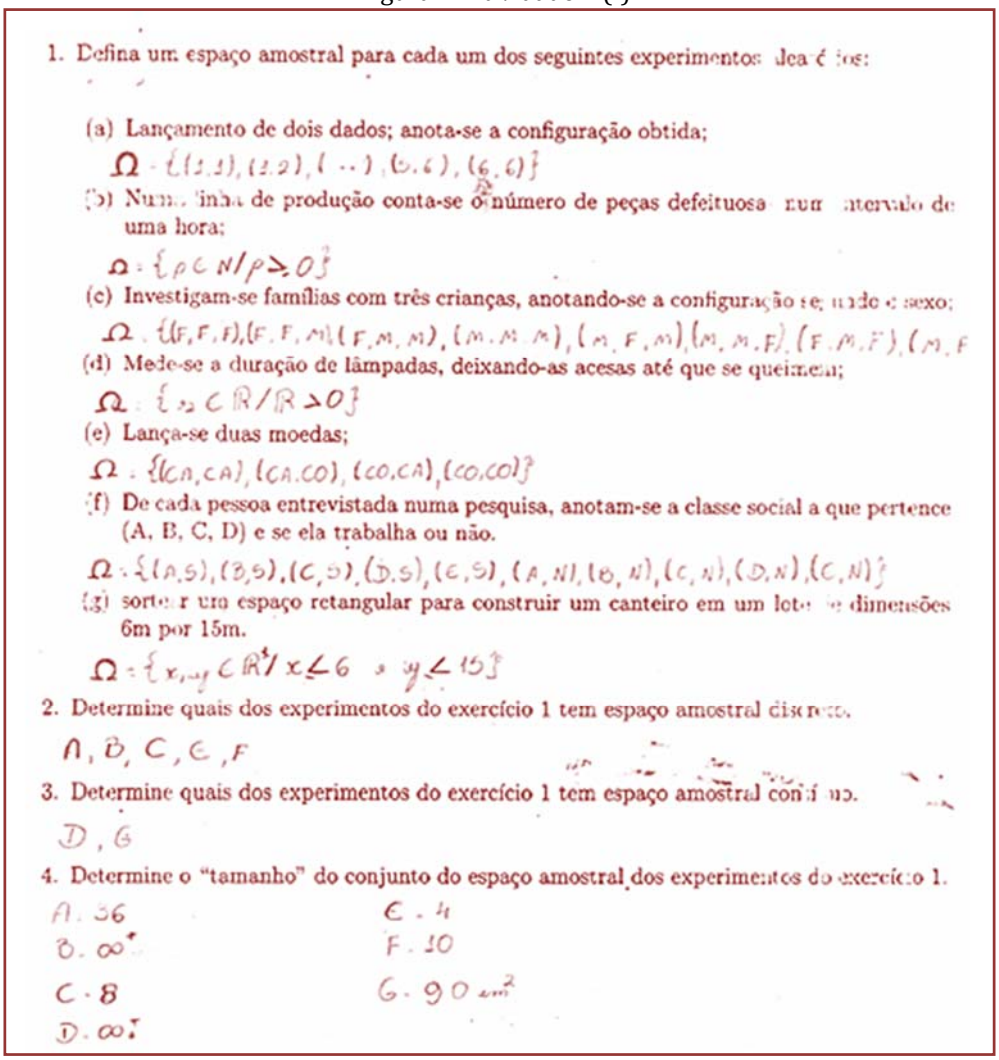
A teoria das medidas de probabilidade no caráter formal da matemática é um tanto complexa, porém as ideias aplicadas em situação problemas no cotidiano escolar são simples, após todo desenvolvimento da teoria que fizemos, vamos agora mostrar na análise da experimentação que tais conceitos aparecem em problemas do contexto do ensino médio.

E acordamos que "O docente precisa apresentar pelo menos um nível de abstração superior, no que diz respeito ao conteúdo que irá trabalhar, pois somente dessa forma conseguirá estabelecer conexões com outras áreas e/ou com o próprio conhecimento matemático e estatístico" (LOPES, 2008, p.71).
De modo geral, agora não apenas no assunto de probabilidade, todo professor de matemática precisa possuir um aspecto básico, é necessário que "[...] tenha boa relação com a matemática, gosto e disponibilidade para se envolver em preparação das aulas, para refletir sobre os redirecionamentos no decorrer das aulas e durante momentos de formação e trabalho colaborativo" (LOPES, 2008, p.71-72).

6. ANÁLISES E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES IMPLEMENTADAS.

A parte aplicada da pesquisa foi dividida em três atividades distribuídas nas 6 aulas de 50 minutos, em duas seções de 3 aulas. Na primeira seção aplicamos duas atividades e na segunda seção uma atividade.
Todas as atividades foram produzidas após uma *análise a priori*, conforme detalhamos anteriormente, acrescentando uma transposição de toda a teoria de medida de probabilidade abstrata, para um contexto de ensino no qual estávamos inseridos, ou seja, para o ensino médio.
A *experimentação* foi feita em sala de um curso técnico em Informática, do IFPR- Campus Irati, com alunos do 3º ano. A turma em questão contava com 38 alunos, e esta era considerada uma turma muito boa, digamos de passagem, acima da média.
Após a experimentação, temos agora a *análise a posteriori*, proposta pela Engenharia Didática, ou seja, cada atividade seguirá esse roteiro, primeiramente listamos os objetivos, propostos na montagem da atividade, que pretendemos alcançar, bem como, conjecturamos as hipóteses que poderão ser validadas. Em seguida, a descrição da experimentação, quais os procedimentos e materiais utilizados durante a experimentação e, por fim, a discussão dos resultados obtidos por meio da implementação das atividades.
Para iniciar o conteúdo de probabilidade faz-se necessário uma exposição do conceito de espaço amostral, podendo ele ser finito ou infinito; discreto ou contínuo. Definimos também eventos, como sendo subconjuntos do espaço amostral e fizemos uma conversa sobre o que é medir e tipos de medidas que utilizamos. Essa parte teve duração em torno de 35 minutos e a participação de 37 alunos dos 38 que haviam na classe. Em seguida, iniciamos discussões e resolução de uma lista de exemplos, na qual exploramos a notação e os diferentes tipos de espaço amostrais.
Na primeira atividade, que foi antecedida da lista de exemplos, visamos como objetivos: reconhecer a diferença entre tipos de espaços amostrais, discretos ou contínuos, finitos ou infinitos; a existência de diferentes medidas de conjuntos discretos ou contínuos e também um pouco sobre contagem das possibilidades.
A segunda atividade tinha por objetivos: resolver problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral, bem como identificar uma medida pertinente ao contexto. E também utilizar noções de probabilidade para interpretar previsões sobre atividades experimentais.
Por fim, a terceira atividade tinha como objetivos: resolver problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral, bem como identificar uma medida pertinente ao contexto, e também problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos e condicionais.
Na atividade 1 concluímos que os conceitos de conjuntos discretos, contínuos, finito e infinito, foram bem assimilados, pois a turma concluiu a atividade dentro do tempo esperado (30 minutos), e com alto índice de acerto. Na Figura 1 temos uma resolução da atividade 1, percebemos que no último item da lista as contagens estão corretas, porém no item (c) da questão 1, a organização não esta muito nítida, entretanto temos de ressaltar que os alunos ainda não viram os assuntos de análise combinatória, no qual certamente irão desenvolver a habilidade de organização. De modo geral, não apenas este aluno, mas grande parte deles mostraram falta de organização, mas esta habilidade requerida não prejudicou a habilidade de contagem, visto que os alunos forma muito bem na questão 4.

Figura 1: Atividade 1 (I)



1. Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios:

(a) Lançamento de dois dados; anota-se a configuração obtida;

$\Omega = \{(1,1),(1,2),(\ldots),(6,6),(6,6)\}$

(b) Numa linha de produção conta-se o número de peças defeituosas num intervalo de uma hora;

$\Omega = \{p \in N / p \geq 0\}$

(c) Investigam-se famílias com três crianças, anotando-se a configuração segundo o sexo;

$\Omega = \{(F,F,F),(F,F,M),(F,M,M),(M,M,M),(M,F,M),(M,M,F),(F,M,F),(M,F$

(d) Mede-se a duração de lâmpadas, deixando-as acesas até que se queimem;

$\Omega = \{x \in \mathbb{R} / \mathbb{R} \geq 0\}$

(e) Lança-se duas moedas;

$\Omega = \{(CA,CA),(CA,CO),(CO,CA),(CO,CO)\}$

(f) De cada pessoa entrevistada numa pesquisa, anotam-se a classe social a que pertence (A, B, C, D) e se ela trabalha ou não.

$\Omega = \{(A,S),(B,S),(C,S),(D,S),(E,S),(A,N),(B,N),(C,N),(D,N),(C,N)\}$

(g) sortear um espaço retangular para construir um canteiro em um lote de dimensões 6m por 15m.

$\Omega = \{x,y \in \mathbb{R}^2 / x \leq 6 \text{ e } y \leq 15\}$

2. Determine quais dos experimentos do exercício 1 tem espaço amostral discreto.

A, B, C, E, F

3. Determine quais dos experimentos do exercício 1 tem espaço amostral contínuo.

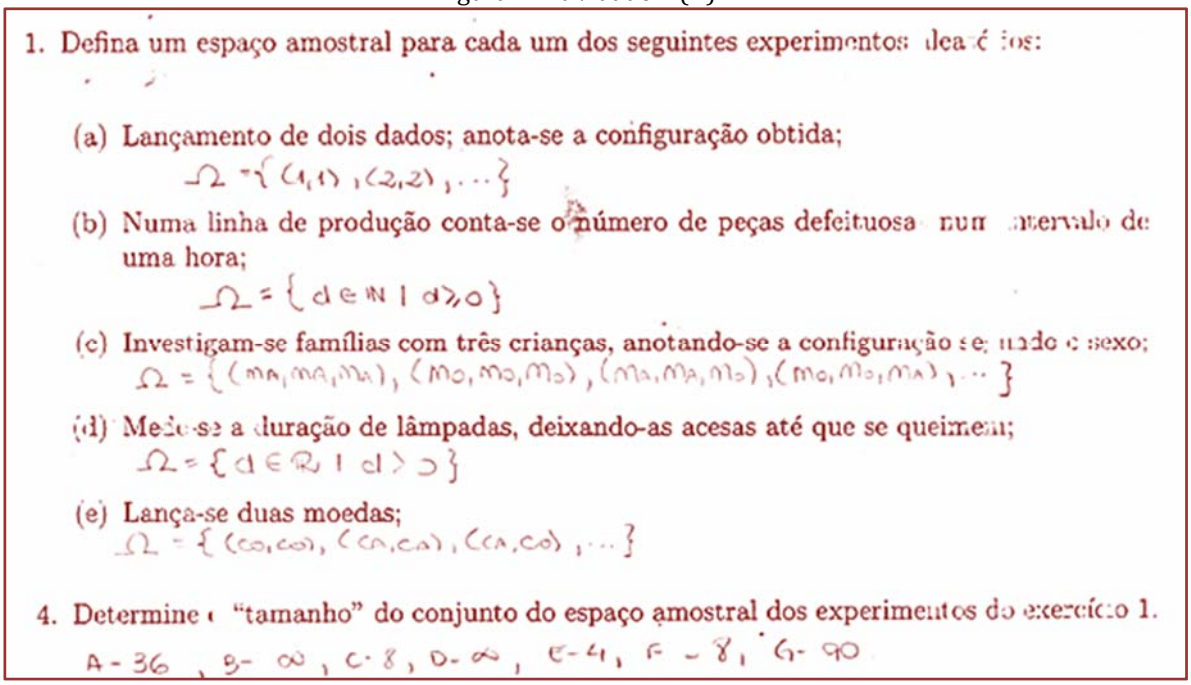
D, G

4. Determine o "tamanho" do conjunto do espaço amostral dos experimentos do exercício 1.

A. 36
B. ∞
C. 8
D. ∞
E. 4
F. 10
G. 90 cm^2

Outro aspecto interessante em algumas resoluções foi o fato de usar reticências ao final, conforme Figura 2, pois tal notação indica uma infinidade de elementos no conjunto, entretanto na questão 4 novamente a contagem é correta, de modo que a habilidade de contagem está notavelmente desenvolvida nos alunos mesmo sem os conhecimentos do assunto de análise combinatória.

Figura 2: Atividade 1 (II)



1. Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios:

   (a) Lançamento de dois dados; anota-se a configuração obtida;

   $\Omega = \{(1,1), (2,2), \ldots\}$

   (b) Numa linha de produção conta-se o número de peças defeituosas num intervalo de uma hora;

   $\Omega = \{d \in \mathbb{N} \mid d \geq 0\}$

   (c) Investigam-se famílias com três crianças, anotando-se a configuração segundo o sexo;

   $\Omega = \{(ma, ma, ma), (mo, mo, mo), (ma, ma, mo), (mo, mo, ma), \ldots\}$

   (d) Mede-se a duração de lâmpadas, deixando-as acesas até que se queimem;

   $\Omega = \{d \in \mathbb{R} \mid d > 0\}$

   (e) Lança-se duas moedas;

   $\Omega = \{(co, co), (ca, ca), (ca, co), \ldots\}$

4. Determine o "tamanho" do conjunto do espaço amostral dos experimentos do exercício 1.

   A - 36, B - ∞, C - 8, D - ∞, E - 4, F - 8, G - 90

Na atividade 2, mais precisamente nas duas primeiras questões, o conceito de probabilidade estava atrelado a medida de áreas. Inicialmente gostaríamos de frisar que até o momento de aplicação desta atividade os alunos tinham apenas uma definição de probabilidade como ferramenta para resolver as questões. Vamos mostrar a definição que os alunos receberam para facilitar a analise das resoluções.

P(A)= (medida do conjunto A) / (medida do conjunto Ω)

Na questão 1, escolhemos um problema cuja maneira mais usual de ser resolvido seria usar probabilidade complementar, entretanto os alunos não tinham recebido este conceito em sala. Porém, em algumas soluções encontramos este conceito implícito, conforme Figura 4 mas na maioria das resoluções o que se pode observar foi resoluções do tipo da Figura 3.

Na questão 2 desta atividade, questão que trouxemos anteriormente neste trabalho como um exemplo, os alunos mostram três tipos gerais de resolução. A primeira e mais numerosa foi simplesmente apenas assumir que era metade de um círculo e partir para a resolução. A segunda resolução que apareceu foi conforme Figura 6, em que foi usada uma lógica de setores e concluiu-se o resultado. A terceira e mais elaborada foi a ideia de usar retas paralela e conceitos de ângulos, mais especificamente, relações entre ângulos quando temos duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Ainda na atividade 2, propomos um problema de aplicação na área de informática, envolvendo instalação de roteadores e cobertura de sinal wi-fi. Porém, a maioria dos alunos não chegou a resolver o problema, e dos poucos que chegaram não conseguiram propor uma solução no tempo disponível na aula. Mesmo assim, trazemos uma proposta de solução, mas primeiramente veremos qual o enunciado do problema.

Figura 3: Atividade 2 (I)
Figura 4: Atividade 2 (II)
Figura 5: Atividade 2 (III)

1. (UFRGS) A figura ao lado representa uma parede quadrada na qual e[illegible] dos discos de raio r. Se uma bola é lançada totalmente ao acaso contra a parede, a p[illegible] bilidade de ela tocar fora dos discos está entre:

a) 14% e 16%
b) 17% e 19%
c) 20% e 22%
d) 23% e 25%
e) 26% e 28%

$4R \cdot 4R - 3{,}14R^2 \cdot 4$
$16R - R{,}56R^2$
$= \frac{3{,}44}{16} = 21{,}5\%$

2. (ENEM) Um município de $628Km^2$ é atendido por duas emissoras de rádio [illegible] cujas antenas A e B alcançam um raio de $10Km$ do município, conforme mostra a figura:

$A = 50\pi = \frac{157}{628} = 0{,}25 = 25\%$

Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade de que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras. Essa probabilidade é de, aproximadamente:

(A) 20%.
(B) 25%.
(C) 30%.
(D) 35%.
(E) 40%.

a) 14% e 16%
b) 17% e 19%
c) 20% e 22%
d) 23% e 25%
e) 26% e 28%

$p(A) = \frac{4\pi r^2}{4 \cdot 16r^2}$
$p(A) = \frac{\pi}{4}$

$A_c = 4r^2 = 16r^2$
$A_c = \pi r^2 \Rightarrow 4\pi r^2$

(ENEM) Um município de $628Km^2$ é atendido por duas emissoras de rádio [illegible] cujas antenas A e B alcançam um raio de $10Km$ do município, conforme mostra a figura:

$\pi 10^2 = \frac{100\pi}{2} = 50\pi$

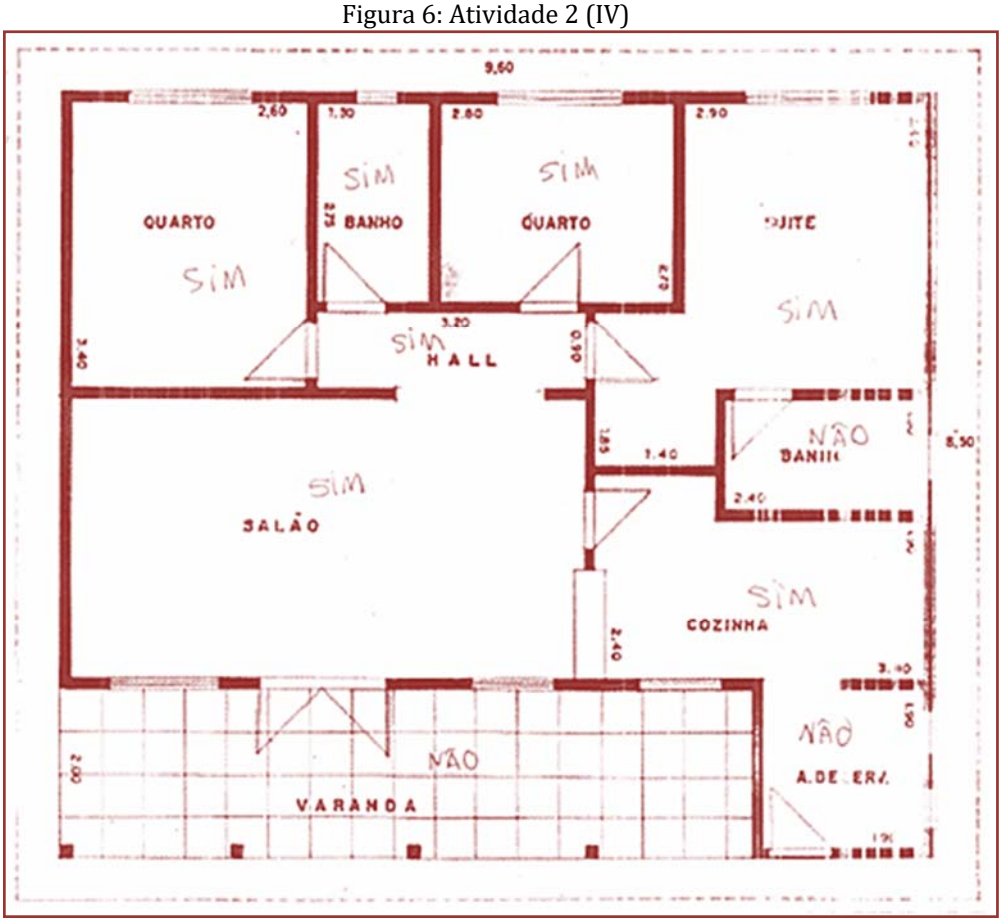
$\frac{314}{\times 50}$
$157{,}00$

$p(A) = \frac{157}{628}$

Um técnico de informática irá instalar um roteador, considerando as paredes e objetos que podem gerar interferência no sinal, e assim perda de qualidade de sinal, ele chegou a conclusão que o sinal cobre um raio de aproximadamente 2,5 metros. Dessa forma, com base na planta da casa em que será feita a instalação, para cobrir a maior área possível com sinal, o roteador pode ser instalado na área de serviço? Em quais cômodos o roteador pode ser instalado, de modo a cobrir a maior área possível com sinal?

Diante do problema, um aluno trouxe a resposta conforme Figura 6.

Figura 6: Atividade 2 (IV)



No geral, os objetivos foram parcialmente concluídos na atividade 2, pois interpretar previsões sobre atividades experimentais era um objetivo bem especifico do problema de aplicação, sendo que a maioria dos alunos não teve tempo de trabalhar nele, não foi possível cumprir tal objetivo, e também a escolha da medida adequada no contexto, foi apenas de medir área, visto que deixamos os problemas que necessitam de outro tipo de medida para a atividade 3.

Na atividade 3, trazemos inicialmente 4 questões nas quais os estudantes calculam probabilidades sobre cartas de baralho e lançamento sucessivos de dados. Na questão 1 alguns alunos perceberam que os casos podem ser contados juntos, e fizeram conforme a Figura 7, porém a maioria dos alunos usou a ideia do Axioma 3, e fizeram conforme Figura 8. Na questão 2 os alunos concluíram que deveriam usar a probabilidade da união, para eventos não independentes, vemos isso nas duas Figuras 7 e 8.

Figura 7: Atividade 3 (I)

1. Qual a probabilidade de retirar ao acaso de um baralho um REI ou um 8.

$\frac{(A+B)}{52}$ $\frac{8}{52}$: $\frac{2}{13}$ 15%

2. Qual a probabilidade de retirar ao acaso de um baralho um REI ou uma carta de copas.

$\frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}$ 30%

3. Qual a probabilidade obtermos três números iguais, no lançamento de três dados?

$\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$ 2%

4. Qual a probabilidade obtermos três números diferentes, no lançamento de três dados?

$1 - P(a)$ $\frac{35}{36}$ = 97%

5. Um grupo de 50 moças é classificado de acordo com a cor dos cabelos, e dos olhos de cada moça, segundo a tabela:

Cabelos	Olhos	
	Azuis	Castanhos
Loira	17	9
Morena	4	14
Ruiva	3	3

$\frac{14}{19}$ $\frac{14}{26}$ $\frac{7}{13}$

Está chovendo quando você encontra a menina, seus cabelos estão completamente cobertos, mas você percebe que ela tem olhos castanhos. Qual a probabilidade de ela ser morena?

54%

6. Dê uma nova resolução para a questão anterior?

$\frac{9}{26} + \frac{3}{26} = \frac{12}{26} \cdot \frac{6}{13}$ = 46% 100 − 46 54% de ser morena

Figura 8: Atividade 3 (II)

1. Qual a probabilidade de retirar ao acaso de um baralho um REI ou um 8.

$\frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$

2. Qual a probabilidade de retirar ao acaso de um baralho um REI ou uma carta de copas.

$\frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

3. Qual a probabilidade obtermos três números iguais, no lançamento de três dados?

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \cdot 6 = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

4. Qual a probabilidade obtermos três números diferentes, no lançamento de três dados?

$1 - \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

5. Um grupo de 50 moças é classificado de acordo com a cor dos cabelos, e dos olhos de cada moça, segundo a tabela:

Cabelos	Olhos	
	Azuis	Castanhos
Loira	17	9
Morena	4	14
Ruiva	3	3

Está chovendo quando você encontra a menina, seus cabelos estão completamente cobertos, mas você percebe que ela tem olhos castanhos. Qual a probabilidade de ela ser morena?

$\frac{14}{26} = \frac{7}{13}$

6. Dê uma nova resolução para a questão anterior?

$\frac{14/50}{26/50} = \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$

Abordagens diferentes e interessantes apareceram na questão 3, na qual alguns alunos pensaram inicialmente em que o primeiro lançamento o número do dado não importava, fazendo 1. 1/6 . 1/6 = 1/36, e também que após escolher um número no primeiro, segundo e terceiro lançamento, ainda devemos escolher um número dentre os 6 disponíveis, fazendo então 1/6 . 1/6 . 1/6 . 6 = 1/36. Tais escolhas certamente devem-se ao fato da análise combinatória ainda não ter sido ensinada. Nesta atividade 3 os alunos tinham visto anteriormente o conceito de probabilidade complementar, dessa forma na questão 4 utilizamos um problema que se os alunos não o interpretassem bem poderiam tentar fazer 1 - 1/36, conforme o aluno fez na Figura 7, mas fora este tivemos casos bem isolados com este erro, no geral obtivemos resoluções conforme Figura 8.

Nas questões 5 e 6 estamos interessados em ver uma solução mais direta e uma usando probabilidade condicional, e realmente a menos da ordem foi o que ocorreu no geral. Mas tivemos uma proposta de solução fugindo o padrão, a qual utilizou-se de probabilidade complementar, muito interessante conforme Figura 7.

A atividade 3 de modo geral atingiu nossos objetivos, talvez o único ponto negativo a destacar foi que os alunos não terminaram de resolver toda a atividade, e sendo assim o objetivo de identificar uma medida pertinente ao problema se restringiu a contar elementos, visto que problemas envolvendo medida de área e comprimento apareceriam nos problemas finais.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No processo tradicional de ensino, a probabilidade é apresentada pelo professor geralmente após o assunto análise combinatória, visto na grande maioria os livros didáticos trazem desta forma, e ao trabalhar probabilidade inicialmente restringem-se a espaços discretos, definindo probabilidade com P(A) = (casos favoráveis) / (casos possíveis), e posteriormente as vezes trabalhando probabilidade geométrica. Deixando assim o conceito de medida de probabilidade não bem definido em casos gerais.

A sequência de aprendizagem que é proposta nesse trabalho inverte este modelo de apresentação. Optamos por ensinar probabilidade sem antes trabalhar análise combinatória, e buscamos sempre definir probabilidade como uma medida, visto que desta forma definimos probabilidade em contextos gerais.

O trabalho em sua totalidade apresentou resultados positivos frente a novos objetivos para o ensino de probabilidade segundo a BNCC (BRASIL, 2017), apesar do pouco tempo de aplicação a pesquisa em sala de aula, mostrou que existem possibilidades da articulação entre: didática, metodologias, tendência no ensino e o conteúdo matemático em sua forma abstrata. Por fim, o estudo ajudou em mostrar que conhecimento matemático é um fator muito importante no contexto escolar, visto que novos documentos como a BNCC trazem objetivos mais completos para o ensino de matemática em especial.

Outro diferencial que foi benéfico na realização desta pesquisa foram os pressupostos da Engenharia Didática, a forma com que a mesma sistematiza e organiza os dados da pesquisa, foi juntamente o que nos levou a escolhê-la para nosso trabalho, visto que facilitou a operacionalização dos procedimentos planejados.

É fato que nossas atividades poderiam ser mais elaboradas, ou melhor, nossos problemas poderiam ser mais completos, porém seria necessário em vários casos utilizar métodos de contagem, que são ensinados no assunto de análise combinatória, e também é claro que o fator tempo é extremamente importante, dessa forma, um aprimoramento de nosso trabalho, utilizando-o após o assunto de análise combinatória com mais aulas disponíveis certamente proporcionará resultados ainda melhores que os nossos.

Portanto, durante todas as etapas de realização da pesquisa, a mesma detectou a importância de falar em medida de probabilidade e que realmente o conceito puramente matemático de medida de probabilidade não é tão elementar, porém é possível fazer uma transposição do conceito mais abstrato para aplicações corriqueiras de sala de aula. Também devemos destacar que esta transposição feita em nossas atividades vai ao encontro com os objetivos BNCC, sendo assim torna-se uma possibilidade de metodologia muito adequada pautando-se em documentos oficiais e normais gerais de ensino em nosso país.

REFERÊNCIAS

[1] Artigue, M. Engenharia Didática. In: Brun, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996.
[2] Brasil. Parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC, 1997.
[3] Brasil. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.
[4] Brasil. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2017.
[5] Brum, W. P.; Schuhmacher, E. A engenharia didática como campo metodológico para o planejamento de aula de matemática: Análise de uma experiência didática para o estudo de geometria esférica. JIEEM - Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 6, n. 2, 2013.
[6] Carneiro, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e paraformação de professores de matemática, p.87-120. Zetetike, v. 13, n. 1, 2009. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646981>.
[7] Fernandez, P. J. Medida e integração. Rio de Janeiro: IMPA, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq, 1976.
[8] Gaffuri, S. L. Ensino e aprendizagem de probabilidade através da metodologia de resolução de problemas. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, 2012.
[9] James, B. R. Probabilidade: um curso em nível intermediário. Rio de Janeiro: IMPA, 1996.
[10] Lima, E. A matemática do ensino médio. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1997. (Coleção do Professor de Matemática).
[11] Lopes, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. Cad. Cedes, Campinas, Rio de Janeiro, v. 28, n. 74, p. 57–73, 2008.
[12] Morgado, A. et al. Analise combinatória e probabilidade: com as soluções dos exercícios. Rio de Janeiro: SBM, 1991. (Coleção do professor de matemática). PAIS, L. Didática da matemática: Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.
[13] Palaro, L. A. A concepção de educação matemática de Henri Lebesgue. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

Capítulo 10

Futurama vai à feira (de Matemática): Experimentos com permutações e o Teorema de Keeler

Pedro Tonini Rosenberg Schneider
Pedro Meireles Freire
Luiza Pinheiro Cossetti
Nícolas Martins de Menezes
Claudia Alessandra Costa de Araujo Lorenzoni
Gilberto de Mello Guerra Junior

Resumo: Este trabalho apresenta um estudo acerca do Teorema de Keeler, desenvolvido e provado única e exclusivamente para a série de televisão Futurama. O texto relata a abordagem do tema, feita por quatro alunos de Ensino Médio, um de Licenciatura em Matemática e a professora orientadora em uma Feira de Matemática de um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Expõe experimentos interativos e um programa de computador desenvolvidos pela própria equipe com o intuito de proporcionar ao público visitante da exposição uma interação com o Teorema. A experiência buscou mostrar como a Matemática pode se manifestar nos espaços mais diversos e inusitados. A organização do material para a Feira de Matemática instigou os autores a estudar no futuro a prova do Teorema, levando em conta conceitos relacionados a permutações e teorias correlatas. De modo geral, o trabalho ilustra o potencial das Feiras de Matemática na formação de estudantes e professores envolvidos.

Palavras-chave: Futurama; Teorema de Keeler; Feira de Matemática

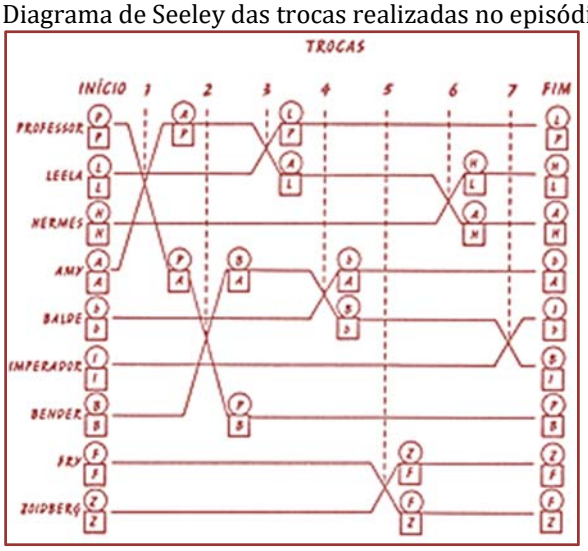
1. INTRODUÇÃO

O que pode resultar da união de uma série animada de televisão, seres trocando de mentes entre si e um teorema de Matemática? Relatamos neste trabalho o resultado desses elementos abordados conjuntamente em uma Feira de Matemática na instituição de ensino dos autores. A pesquisa e o presente texto foram elaborados como atividade extracurricular por quatro alunos de Ensino Médio, um aluno de Licenciatura em Matemática, juntamente com uma professora de Matemática. Com outras experiências em Feiras de Matemática (FREIRE, Pedro. 2018) (FREIRE, Pedro. 2017), desta vez, a equipe toma como referência a obra de Singh (2013). O livro explora em detalhes referências matemáticas contidas na série animada de televisão *Os Simpsons*, criada por Matt Groening. A equipe de roteiristas é composta, dentre outras pessoas, por J. Stewart Burns, Al Jean e Ken Keeler, David X. Cohen e Jeff Westbrook, os três primeiros formados em matemática pela Universidade de Harvard e os dois últimos formados em física pela mesma universidade, e, por isso, diversos episódios apresentam referências ao mundo matemático.

Alguns anos depois, Groening criou outra série animada, *Futurama*, que, assim como *Os Simpsons*, continha em sua equipe de produção matemáticos, e, consequentemente, uma referência ou piada matemática entrava no roteiro do episódio sempre que possível. Por exemplo, no episódio *Quero meu corpo de volta*, há uma referência ao problema P x NP, um dos sete Problemas do Prêmio Millennium, estabelecidos pelo Instituto Clay de Matemática, cuja resolução correta premia aquele que chegou à solução de qualquer um dos problemas em aberto com um milhão de dólares.

No entanto, os produtores de *Futurama* não só fizeram referência a um fato matemático existente; eles criaram matemática na forma de um teorema. No episódio *O Prisioneiro de Benda*, o professor Farnsworth apresenta a Amy uma máquina que é capaz de trocar as mentes de duas pessoas que se sentarem nela. Para demonstrar, o professor troca sua mente com a de Amy. No entanto, ao tentar desfazer a troca, as personagens se veem frente a um problema: o professor se esqueceu de levar alguns dados em consideração ao construir a máquina e chega à conclusão de que dois corpos que já trocaram de mente uma vez não podem trocar de mentes de novo, tornando impossível a destroca apenas com eles dois. Então, o professor dá a ideia de usar um terceiro corpo como armazenamento temporário de mentes para, com sorte, desfazer as trocas. Neste momento, aparece Bender. Ele troca de mente com o corpo de Amy, que continha a mente do professor. O professor então sugere que o corpo de Bender (que possui a mente do professor) troque de mente com o corpo do professor (que possui a mente de Amy) para resolver o problema, mas, então, percebe que, embora o corpo e a mente do professor estariam no lugar certo, as mentes e corpos de Bender e Amy ainda estariam trocadas. O professor então concluí que eles precisam recorrer à matemática para resolver o problema. À medida que o episódio se desenrola, mais e mais personagens vão se envolvendo nas trocas de mentes. Além das 3 personagens que já estavam envolvidas, também entraram no problema: Leela, Hermes, o imperador robô, Fry, Zoidberg e um balde. Todas as trocas realizadas ao longo do episódio estão representadas no diagrama abaixo. Ele foi feito pelo dr. Alex Seeley, um fã de *Futurama* que mora em Londres, e foi batizado *diagrama de Seeley*.

Figura 1 - Diagrama de Seeley das trocas realizadas no episódio



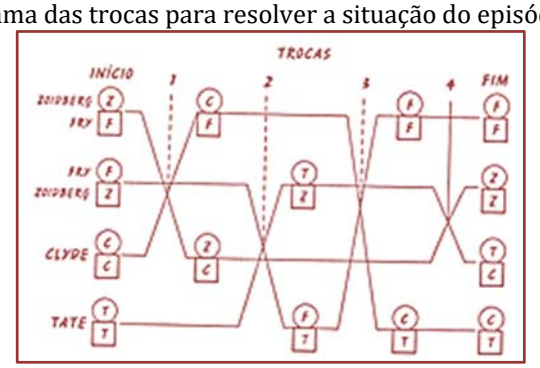
Fonte: Simon Singh (2013).

Após todas essas trocas serem realizadas, vemos uma imagem do professor conversando com dois outros personagens, “Sweet” Clyde Dixon e Ethan “Bubblegum” Tate, dois jogadores de basquete muito conhecidos na série por seus talentos científicos e matemáticos. Vemos estas três personagens ao entorno de um quadro negro, enquanto as outras personagens se reúnem para exigir uma solução.

A solução para esse problema foi desenvolvida por um dos roteiristas da série, Kenneth Keeler, PhD em Matemática Aplicada pela Universidade de Harvard. Ao invés de resolver apenas a situação que fora apresentada no episódio, Keeler preferiu entrar com uma visão mais geral do problema e criou um teorema que solucionasse qualquer bagunça que pudesse ser gerada por uma máquina como essa com qualquer número de pessoas envolvidas. Ele provou que, para qualquer caso, seria necessário introduzir no máximo dois novos corpos a serem usados como armazenamento temporário para resolver o problema. Keeler não considerava que ele carregava importância o suficiente para ser chamado de teorema, e prefere que seja chamado apenas de prova. No entanto, o PhD em matemática Alexander Bogomolny se refere a ele em seu blog, Cut the Knot, como *Teorema de Futurama*, enquanto o matemático James Grimes, da Universidade da Califórnia, se refere ao mesmo em seu vídeo no youtube como *Teorema de Keeler*. Este foi o primeiro matemático cuja prova foi apresentada em um roteiro de televisão na história e ainda é estudado por diversos matemáticos mundo afora, como na já citada Universidade da Califórnia.

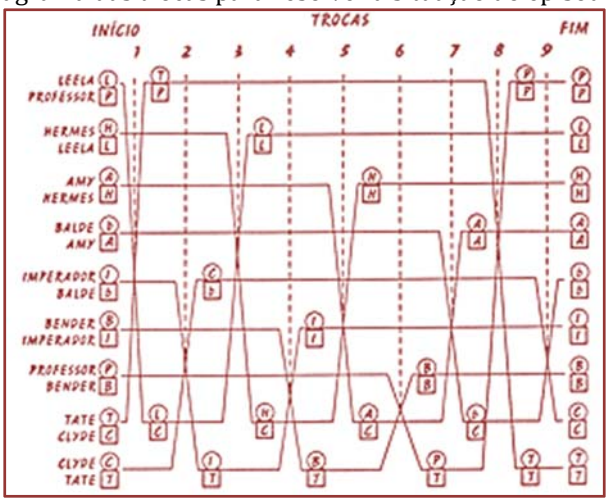
O episódio também mostra as trocas que deveriam ser realizadas para resolver a situação apresentada, em que os dois corpos extras que seriam adicionados são os dos próprios Tate e Clyde, representadas nos diagramas de Seeley abaixo, divididos em dois grupos de trocas:

Figura 2 - Diagrama das trocas para resolver a situação do episódio: grupo 1



Fonte: Simon Singh (2013)

Figura 3 - Diagrama das trocas para resolver a situação do episódio: grupo 2



Fonte: Simon Singh (2013)

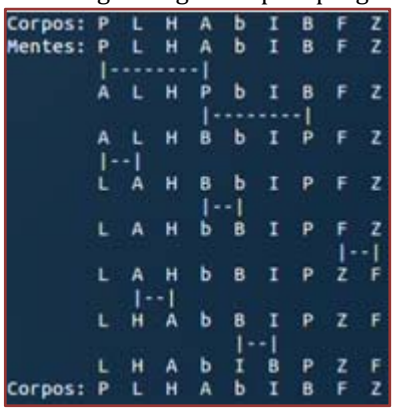
A estratégia demonstrada nestes diagramas não é a mais eficiente possível. Como Fry e Zoidberg estavam trocados entre si e não tinham trocado de mentes com nenhum outro integrante da equipe, eles poderiam ter sido usados para resolver o segundo grupo, e, deste modo, não teria sido necessário adicionar nem Tate nem Clyde para resolver o problema.

Para a exposição, foram elaborados alguns métodos interativos para engajar o público nas trocas e na solução dos problemas. Em primeiro lugar, devido à parceria destes com o aluno da licenciatura em matemática para a feira de 2017, já há um conhecimento prévio da linguagem de computação em C, e, com esse conhecimento somado a outros adquiridos ao longo do ensino médio, foi desenvolvido um programa de computador que realiza uma simulação do processo de troca de mentes, em que o público poderá escolher quais trocas serão feitas, e, juntamente com a simulação, foi também desenvolvida uma inteligência artificial que, fazendo uso da estratégia desenvolvida por Keeler, resolve as situações criadas pelo público para uma melhor demonstração do funcionamento tanto da máquina quanto do teorema. Além disso, o programa também gera um diagrama que representa tanto as trocas feitas pelo usuário, quanto as trocas necessárias para resolver a situação dada pelo usuário, de forma a deixar mais simples a compreensão do mecanismo por trás das trocas.

Figura 5 - Interface do programa em que o usuário realiza as trocas

Fonte: acervo pessoal

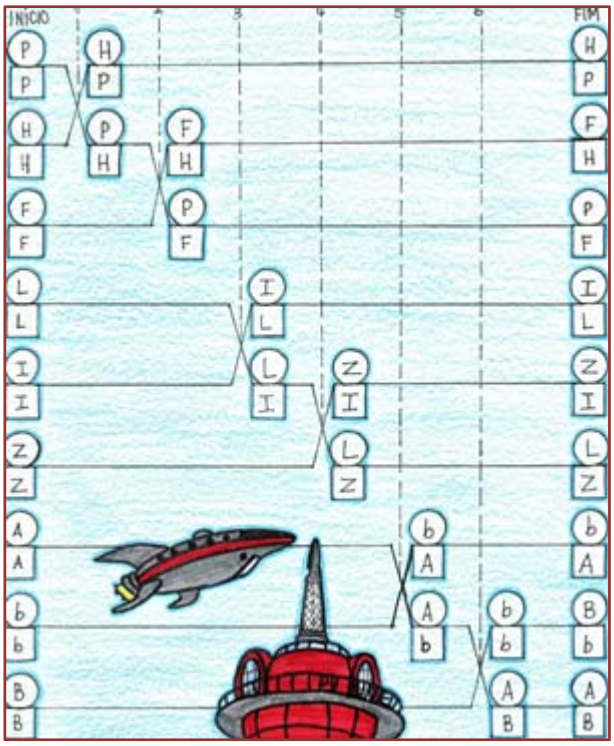
Figura 6 - Diagrama gerado pelo programa



Fonte: acervo pessoal

Além do programa de computador, o grupo confeccionou diagramas de Seeley para os espectadores estudarem. Nestes diagramas, os envolvidos podem ver na prática e de forma mais simples a estratégia para resolver os problemas. os diagramas também foram decorados com elementos pertencentes às animações *Futurama* e *Os Simpsons*, de modo a deixá-los mais visualmente atrativos para o público.

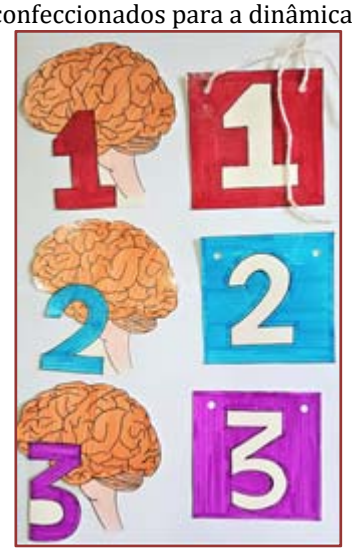
Figura 7 - Exemplo do diagrama de Seeley confeccionado pelo grupo



Fonte: acervo pessoal

Com o objetivo de gerar uma interação maior com os presentes, também foi proposta uma dinâmica em que os espectadores recebem crachás e cartões, representando seus corpos e suas mentes, respectivamente. Eles poderão, então, trocar suas mentes (cartões) entre si, respeitando sempre as restrições que a máquina de troca de mentes apresenta no episódio, e depois poderão ainda, utilizando o auxílio de duas pessoas extras, tentar resolver a situação criada por ele mesmo fazendo uso da estratégia criada por Keeler em seu teorema. Com esta dinâmica, pretende-se, além de gerar interação com o público, desafiá-los a utilizar os conhecimentos recentemente adquiridos para resolver uma situação na prática.

Figura 8 - Crachás e cartões confeccionados para a dinâmica com os espectadores



Fonte: acervo pessoal

Até o presente momento, tem-se como resultado maior o programa confeccionado pelos autores, que permite a visualização de trocas entre as mentes do episódio, o que é uma forma alternativa de analisar e representar o problema, sendo tanto uma forma visual quanto matemática (por conta das ferramentas e da montagem do programa).

2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nota-se que a pesquisa, ainda em desenvolvimento, caminha para a criação de um programa que trabalhe com o Teorema em um caso qualquer de *n* corpos e mentes conjugadas. O programa pode ser usado como ferramenta didática, visto que traduz o Teorema de uma linguagem de compreensão avançada, sendo que necessita de recursos matemáticos vistos apenas a nível médio e superior, para uma linguagem visual e didática, tornando-se democrática e possibilitando compreensão de ouvintes de diversos níveis de ensino.

REFERÊNCIAS

[1] SINGH, Simon. Os segredos matemáticos dos simpsons. 1 ed. [S.L.]: Record, 2016. 280 p.

[2] Evans, Ron; HUANG, Lihua; NGUYEN, Tuan. Keeler's theorem and products of distinct transpositions. American Mathematical Monthly, [S.L], n. 121, p. 136-144, jan. 2014.

[3] Bogomolny, Alexander. The Futurama theorem and puzzle. Disponível em <https://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Combinatorics/Futurama.shtml>. Acesso em: 8 abr. 2019.

[4] Grimes, James. Futurama and Keeler's Theorem: Original edit, 2010. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8M4dUj7vZJc&list=PL7-6w6v5-xhbEsMvacwPPf650YdIL1DyE&index=62&t=0s>. Acesso em 8 abr. 2019.

[5] Freire, Pedro; Schneider, Pedro; Cossetti, Luiza; Araújo, Claudia; Eulálio, Fábio. "Sábio é aquele que sabe que nada sabe": Os Paradoxos na Matemática, 2018.

[6] Freire, Pedro; Schneider, Pedro; Cossetti, Luiza; Martins, Nícolas; Araujo, Claudia. Números Primos e suas Peculiaridades, 2017.

Capítulo 11

Material didático manipulável possibilitando a aprendizagem significativa no Estudo da Função Afim

Elvira Carmen Farias Agra Leite
Cicero da Silva Pereira
Luís Havelange Soares

Resumo: Este relato mostra uma intervenção realizada durante a disciplina de Estágio Supervisionado, por meio de uma proposta didática para o ensino de função afim aplicada numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede Estadual de Campina Grande - PB. Com fundamentação teórica na Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, a proposta de intervenção foi baseada na construção do conhecimento pelo aluno, apresentando-se organizadores prévios, na apresentação do conteúdo e estimulando os discentes para a aquisição de novos conhecimentos. As atividades se concentraram em duas etapas: na primeira, foram realizadas aulas teóricas expositivas sobre o conteúdo; na segunda, foi aplicada uma atividade prática, utilizando material didático manipulável, para a construção do conhecimento relativo à função afim. Os resultados indicaram que o uso do material didático manipulável, quando utilizado de modo cuidadosamente planejado, configura-se como relevante para o alcance da aprendizagem significativa no estudo de função afim.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa; Função afim; Material didático manipulável.

1.INTRODUÇÃO

Despertar nos alunos autonomia e criticidade exige mudanças nas práticas pedagógicas, e estas vêm sendo cada vez mais observadas nas escolas e nos planejamentos dos professores. Essa tendência, surgida no Brasil em 1920, segundo Nacarato (2005), não trouxe, à época, modificações no método de ensino tradicional, sendo retomada só em 1970 com a tendência empírico-ativista, através dos questionamentos ao Movimento da Matemática Moderna.

Os materiais didáticos manipuláveis possibilitam muitas experiências no processo de ensino e aprendizagem, ao assumirem um papel determinante, por força da abstração da Matemática. Para uma utilização eficaz em sala de aula, é preciso o planejamento adequado por parte do professor, sendo crucial neste processo, pois não é o material que fará a diferença no ensino de determinado conteúdo, mas a experiência significativa que irá proporcionar ao aluno através de sua utilização.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM

O conceito de função afim se caracteriza como um dos mais relevantes na educação básica, dada a gama de aplicações, em áreas como Física, Química, Biologia, Economia, além de representar um tema central dentro da matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam a necessidade do estudo de funções e suas propriedades:

> *No trabalho com a álgebra, é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 84).*

De acordo com Lopes (2003), a partir de sua experiência em sala de aula, alunos apresentam dificuldades no estudo da função, confundindo-a com equação e também não compreendendo a conversão de suas formas de representação.

A relevância do estudo de funções para a formação dos estudantes da educação básica é caracterizada pela intradisciplinaridade, isto é, as relações internas da Matemática, e pela interdisciplinaridade, considerada como as relações desse conceito com outras áreas do conhecimento.

2.2. DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM

A natureza da Matemática e seus conteúdos abstratos podem representar, se as práticas de ensino não forem adequadas, barreiras para a aprendizagem. Mesmo que mudanças sejam notadas em sala de aula, buscando-se a interligação de objetos da Matemática com o concreto, predomina uma Matemática sem relação com o cotidiano. Torna-se importante a compreensão dos diferentes tipos de dificuldades apresentados pelos alunos, para que, a partir delas, possamos traçar estratégias metodológicas, entre elas, o uso de materiais manipuláveis a fim de dirimir ou diminuir tais dificuldades.

São essenciais, especialmente na educação básica, práticas docentes que visem fortalecer a relação entre o conhecimento matemático e a realidade dos alunos. As estratégias metodológicas a serem usadas, sejam quais forem, devem ser selecionadas cuidadosamente, uma vez que o foco de todo esse processo é a aprendizagem do conteúdo, onde o material usado é um meio a facilitar essa aprendizagem.

Segundo Fonseca (2010) é "dissaboroso" para o aluno nunca utilizar conteúdos, seja de área for, na sua vida. Igualmente problemático é precisar desses conteúdos sem tê-los visto quando oportuno. Dessa forma, uma abordagem eficaz, com aplicações relevantes, reflete uma boa impressão ao aluno. Por isso, faz-se necessário investigar tais práticas de abordagem, como o proposto neste relato. Isto é, verificar, investigar o alcance do uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de função afim.

Dadas as diferenças e peculiaridades dos alunos, é preciso nortear uma parametrização mínima para se pensar sobre a aprendizagem. Optamos pela Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, que estabelece três condições básicas para o aprendizado: i) Disposição do Aprendiz; ii) Material Potencialmente Significativo; iii) Existência de subsunçores na estrutura cognitiva do aprendiz. Sendo

assim, temos uma base para estruturar uma proposta, considerando tanto as diferentes evoluções de aprendizado, bem como o desenvolvimento do processo de ensino.

A teoria da Aprendizagem Significativa (AS) tem como ideia central que o fator isolado mais importante que influencia na aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe, segundo Novak (1977, apud MOREIRA e MASINI, 2006). Ela é caracterizada pelo processo no qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo (subsunçores), que servirão como ponto de ancoragem para a nova informação. Os subsunçores são conceitos já apreendidos na estrutura cognitiva do aprendiz. É o conhecimento prévio que já está construído e estruturado. E a partir deste vai-se construir os novos conceitos, e quanto mais fortemente o aluno estabelecer relações entre o que sabe e o conceito novo, mais forte e significativa será a aprendizagem.

Inicialmente, na infância, segundo Moreira e Masini (2006), os conceitos são adquiridos principalmente pelo processo de formação de conceitos e então a maioria dos novos conceitos será adquirida por assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

Para o desenvolvimento de subsunçores, é necessária a existência de organizadores prévios, que são materiais introdutórios, apresentados antes do tema a ser aprendido, a fim de diminuir a distância entre o que o aluno já sabe e o que precisa saber antes de aprender novo assunto, como forma de manipular a estrutura cognitiva do indivíduo. A partir do momento que a aprendizagem passa a ser significativa, os subsunçores tornam-se cada vez mais elaborados.

De acordo com De Moura (1992, p. 46):

> *O ponto inicial de nossa reflexão é que o conhecimento avança. O conhecimento matemático, sendo parte do conhecimento geral, também avança rumo a um conhecimento cada vez mais elaborado. O que ainda precisamos discutir é como passamos do conhecimento primeiro para o conhecimento elaborado. Ou seja, quais as leis que regem este processo e como podemos utilizá-las no ensino. (DE MOURA, 1992, p. 46)*

Entendemos que uma prática docente, isto é, um conjunto de ações, crenças e concepções, centrada na perspectiva da Aprendizagem Significativa possibilitará, em cada etapa de aprendizagem, o avanço para um conhecimento mais elaborado. É no contexto da AS que defendemos o uso de Material Didático Manipulável no processo de ensino de Matemática.

2.3. O USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL

Lorenzato (2006) define material didático como "qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem" (LORENZATO, 2006, p. 18). Isto é, podem entrar nessa categoria canudos, calculadora, computador. Categorizando em dois níveis interpretativos, o mesmo autor afirma "uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas". (LORENZATO, 2006, p. 22-23).

A utilização de materiais manipuláveis, de acordo com Nacarato (2005), apresenta um grande diferencial em relação a outras tendências didático-pedagógicas que trabalham contextos de significação.

Batista Freire (1996, apud DE SOUZA, 1996, p 341), reforça que:

> *Fica difícil falar de educação concreta na escola quando um corpo é considerado um intruso. A concretude do ensino depende [...] de ações práticas que deem significado ao "dois mais dois" [...]. Sem viver concretamente, corporalmente, as relações espaciais e temporais de que a cultura infantil é repleta, fica difícil falar em educação concreta em conhecimento significativo, em formação para a autonomia [...]. (BATISTA FREIRE, 1996, apud DE SOUZA, 1996, p 341).*

Nacarato (2005, p.1) afirma que Pestalozzi, no século XIX, frisou pela primeira vez o uso de material manipulável, advogando ações concretas e experimentais como o começo da educação. Nesse viés, o aluno é o centro do processo, e os métodos de ensino "valorizavam a ação, a manipulação e a experimentação", baseados no princípio de que é fazendo que se aprende a fazer (NACARATO, 2005, p.1).

Fiorentini (1995, apud NACARATO, 2005, p.2) afirma que não houve mudanças no ensino da época e que apenas em 1970 foi retomada a tendência empírico-ativista, com os questionamentos ao Movimento da Matemática Moderna.

Uma das formas de promover diferentes e enriquecedoras experiências de aprendizagem matemática é através do uso de materiais didáticos, os quais assumem um papel ainda mais determinante por força da característica abstrata da matemática.

> *Apesar da utilização do material não determinar por si só a aprendizagem, é importante proporcionar diversas oportunidades de contato com materiais para despertar interesse e envolver o aluno em situações de aprendizagem matemática, já que os materiais podem constituir um suporte físico através do qual as crianças vão explorar, experimentar, manipular e desenvolver a observação. (GOMIDE, 1970, apud BOTAS, 2013, p.2).*

Lorenzato (2006, apud RODRIGUES e GAZIRE, 2012, p.192) afirma que:

> *[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o material didático pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, apud RODRIGUES e GAZIRE, 2012, p.192).*

Assim, a utilização desses materiais, aliados ao planejamento adequado por parte do professor e a atividade mental efetiva do aluno devem aliar-se, como ferramental para o processo ensino-aprendizagem.

3. METODOLOGIA

A experiência foi desenvolvida em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de Campina Grande – PB. Em conversa com a professora da turma, foi vista necessidade de explicação do conteúdo de Plano Cartesiano, como organizador prévio da nossa sequência.

A proposta foi baseada em uma sequência de cinco encontros, com aulas expositivas e exploratórias, para que os alunos fossem capazes de construir o conhecimento matemático sobre função afim, com a intervenção da professora, através de organizadores prévios, noção intuitiva do conteúdo, conceituação, exemplos e utilização de material didático manipulável, buscando desenvolver uma atitude reflexiva sobre o que estavam estudando.

A utilização de material didático manipulável possibilita que as aulas de matemática se tornem mais próximas dos alunos e os motiva a participarem, interagindo uns com os outros.

Segundo Masseto (2007, apud SCHOSSLER e DULLIUS, 2012, p.1-2):

> *A diferenciação e a variedade de técnicas quebram a rotina das aulas e assim os alunos se sentem mais animados em frequentá-las. Além disso, facilitam a participação e incentivam as atividades dinâmicas durante o período das aulas, levando os aprendizes a saírem da situação passiva de espectadores da ação individual do professor. (MASSETO, 2007, apud SCHOSSLER e DULLIUS, 2012, p.1-2).*

Com o despertar de um maior interesse no aprendizado, o aluno torna-se coautor do conhecimento, o que possibilita a aquisição de uma aprendizagem significativa.

3.1. DESCREVENDO OS ENCONTROS

1º Encontro

Aula expositiva sobre Plano Cartesiano (organizador prévio). Iniciamos a explicação sobre os eixos ortogonais, x e y, e sua interseção, a forma de representação dos pontos e sua localização no plano, os quadrantes e as características dos pontos em cada um deles. Após a explicação, foi entregue uma malha quadriculada, para que os alunos marcassem os pontos. A maioria obteve compreensão satisfatória, enquanto outros tiveram dificuldade na noção de ordem, trocando a abscissa pela ordenada, ou quando alguma das componentes era número racional e não inteiro.

2º Encontro

Noção intuitiva de funções, através da ideia do perímetro de um quadrado de lado 5cm. Foram colocadas outras medidas para o lado de diferentes quadrados, dispostas em tabela, para que os alunos preenchessem com a medida do perímetro correspondente a cada caso, iniciando-se a discussão: O perímetro do quadrado depende de que? Se a medida do lado aumentar, o que acontece com o perímetro? Se a medida do lado diminuir? Se generalizarmos a medida do lado, chamando-o de l, como determinamos o perímetro desse quadrado? Qual expressão algébrica determina o perímetro de um quadrado? Podemos dizer que o perímetro de um quadrado é dado *em função* da medida do seu lado? O perímetro varia de forma direta ou inversamente proporcional à medida do seu lado?

3º Encontro

Trabalhamos a representação gráfica de uma função. Relacionamos as medidas dos lados e perímetros de um quadrado, que haviam sido dispostos em tabela, marcando pontos no plano cartesiano, cujas componentes eram da forma (lado, perímetro), observando sua variação. A partir desses pontos, os alunos são chamados à discussão: podemos "ligar" esses pontos? Por quê? Com qual conjunto estamos trabalhando? Por que apenas observamos pontos marcados no primeiro quadrante? Os valores nesse exemplo podem ser negativos? E nulos? Se ligarmos os pontos, esse gráfico passa a representar um segmento de reta, uma semirreta ou uma reta? Por quê? Os alunos não utilizaram definições, mas souberam explicar que o gráfico estava limitado apenas ao primeiro quadrante, já que abscissa e ordenada teriam que assumir valores positivos.

4º Encontro

Através de um novo problema, iniciamos o encontro com o conceito de função. Os dados do problema foram extraídos para comporem uma tabela e conclusão da lei de formação da função que o satisfizesse. Definimos a *função afim*, como sendo aquela cuja lei de formação é da forma $y = f(x) = ax + b$, com $a\ e\ b, reais, a \neq 0$, apresentando alguns exemplos e identificando seus elementos. Estudamos as características do gráfico da função afim e como construí-lo, ressaltando quando este é crescente ou decrescente, como montar a tabela de pontos para auxiliá-los na construção e como identificar o crescimento ou decrescimento do gráfico através do coeficiente a. Fizemos exercícios no caderno sobre o conteúdo apresentado.

5º Encontro

Nesse último encontro, foi proposta aos alunos uma atividade com material manipulável adaptada do livro de Dante (2008, p. 83 e 103). A turma foi dividida em quatro grupos a critério deles, ficando um grupo com cinco, dois com quatro, e um grupo com três alunos. Após a entrega do material manipulável e da folha em que deveriam anotar os resultados, iniciamos a explicação da atividade: os grupos deveriam construir com os palitos de fósforo a representação de triângulos ou quadrados (dois grupos para cada forma), de modo que a figura seguinte após a primeira sempre compartilhasse um lado com a figura anterior e então completar a tabela. A partir dos dados preenchidos, ou da observação da construção do grupo, deveriam responder algumas perguntas, inclusive a lei de formação da função que associa o número de palitos em função do número de figuras construídas e a partir dela, utilizar alguns dos conceitos estudados nos encontros anteriores sobre função afim. Ao final, o grupo deveria comentar as observações sobre a atividade realizada. Os alunos se mostravam bastante motivados, respondendo as questões com bastante rapidez, tendo dificuldade apenas quando foi pedido para identificarem o padrão encontrado no preenchimento da tabela e sua lei de formação. Passamos à verificação, no quadro, com isso o restante da atividade foi realizado com facilidade e entusiasmo, mostrando interesse em concluir cada etapa em conjunto e mostrando os resultados parciais com muita motivação.

4. RESULTADOS

De acordo com a análise do material respondido pelos alunos, verificamos os seguintes resultados:

No preenchimento da tabela, os grupos deveriam relacionar o número de triângulos formados ao número de palitos utilizados. Apenas um dos grupos se enganou nas últimas três linhas da tabela, sendo todos os demais resultados dentro do esperado.

Quanto à lei de formação, todos os grupos conseguiram chegar a uma expressão que definisse a função correspondente. Os alunos mostraram cooperação e chegavam a alguns resultados. No primeiro resultado eles já consideravam ter chegado à lei de formação. Testando para mais dados e eles viam que não servia para algum, buscavam outras vias: faziam contas com o uso da calculadora, montavam novamente os palitos até chegarem a um novo resultado.

O grupo G1 tentou responder a seguinte questão sem associar os valores à lei de formação, realizando uma regra de três para obtenção do resultado, que não chegou à conclusão correta.

Ao final do material, os grupos deveriam falar sobre a atividade realizada. A seguir estão as avaliações feitas por eles quanto à atividade desenvolvida:

> *"[...] complementando dinâmica o assunto estudado."* (G1)
>
> *"Achamos interessante usar palitos para aprender função, foi uma ótima dinâmica."* (G2)
>
> *"Esse conteúdo é um pouco complicado [...] mas no final conseguimos fazer, esse estudo é legal."* (G3)
>
> *"[...] esse exercício serviu para esclarecer algumas dúvidas deste assunto."* (G4)

O resultado da intervenção foi satisfatório para um primeiro contato com o conceito de função, com foco na função afim. O trabalho serve como início para outros, sobre os assuntos seguintes a serem trabalhados. Devemos ter em mente as palavras de Ferreira, *et al*. (2010, p. 10):

> *É claro que nem sempre a utilização de materiais manipuláveis dá-se a contento, atinge plenamente as expectativas do docente, mesmo porque a interação com a turma e a disponibilidade dos alunos, entre outros aspectos, influenciam o resultado. No entanto, é preciso que isso não desestimule o professor na busca do sucesso, pelo contrário, é preciso analisar os pontos falhos e propor melhorias para a próxima tentativa. (FERREIRA, et al. 2010, p. 10).*

4.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observamos que o uso de organizadores prévios surtiu efeito no estudo de gráficos de funções. Por vezes, a desmotivação do aluno nas aulas de matemática, entre outros fatores, é responsável pelo fracasso no aprendizado. É importante que professor planeje as aulas e crie meios a despertar no aluno o gosto pela matemática. Uma forma de tentar motivar o aluno à construção do próprio conhecimento é a utilização de material didático manipulável, aproximando-os dos conteúdos trabalhados em sala de aula, e sendo coautores no processo de ensino-aprendizagem.

Os alunos trabalharam em grupos escolhidos por eles mesmos e criaram um ambiente de diálogo e cooperação, questionando, levantando hipóteses, desenvolvendo sua criatividade. O material manipulável surtiu um efeito positivo no trabalho, mostrou-se atrativo, conforme os próprios depoimentos dos grupos.

O tempo foi um limitante. O conteúdo precisava ser visto para continuidade dos demais. Algumas respostas dos alunos mostraram confusão na utilização da lei de formação, havendo imprecisões, por diversidade de procedimentos. Entretanto essas limitações não diminuíram o resultado bastante satisfatório da intervenção.

Concluímos que o uso de materiais didáticos manipuláveis pode acarretar em uma melhora na aprendizagem de função afim, contribuindo na compreensão do conteúdo. É necessário ressaltar que a utilização desses materiais não garante o aprendizado do aluno. Isso depende da exploração e adequação para cada conteúdo, necessitando por parte do professor de planejamento e da delimitação de seus objetivos.

Faz-se necessário frisar que, as percepções acima colocadas e apreendidas durante a realização do trabalho trazem uma importante reflexão sobre a natureza do Estágio Supervisionado em Matemática. O Estágio compreende um momento de extrema riqueza onde teoria e prática, conteúdo e metodologia, ideal e real, crenças e desilusões vão se refletir através de trabalhos em situações reais, não mais simulados, com alunos em seus ambientes escolares, e com seus problemas e suas histórias. O planejamento, a execução e a avaliação, atividades corriqueiras do professor mostram-se com toda a sua força, importância e influência no trabalho de sala de aula. A relação do futuro professor com a realidade escolar traz um elemento gerador de validade, experiência e maturidade ao licenciando. Neste sentido, refletir sobre os objetivos do Estágio e sua influência na carreira docente é imprescindível. E um trabalho como este abre portas não só para estas, mas tantas outras reflexões sobre a formação e a prática docente do professor de Matemática.

REFERÊNCIAS

[1] Botas, Dilaila; Moreira, Darlinda. A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, v. 26, n. 1, p. 253-286, 2013.

[2] Brasil. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. *Secretaria de Educação Fundamental.* Brasília: Mec/Sef, 1998.

[3] Dante, Luiz Roberto. *Tudo é matemática*. São Paulo: Ática, v. 9, 2008.

[4] De Souza, Edson Roberto. O lúdico como possibilidade de inclusão no ensino fundamental. *Motrivivência*, n. 9, p. 339-347, 1996.

[5] De Moura, Manoel Oriosvaldo. *O jogo e a construção do conhecimento matemático.* São Paulo, 1992.

[6] Ferreira, Claudete Cargnin et al. O uso de materiais manipuláveis em aulas de matemática. UTFP: II Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 33, p. 1-13, 2010.

[7] Fonseca, Laerte. *Aprendizagem em trigonometria:* obstáculos, sentidos, e mobilizações*.* Aracaju: Editora UFS: 2010.

[8] Lopes, Wagner Sanches *et al*. *A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função:* uma proposta de ensino. 2003.

[9] Lorenzato, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: Lorenzato, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38

[10] Moreira, Marco Antônio; Masini, Elcie F. Salzado. *Aprendizagem Significativa:* A teoria de David Ausubel. 2. Ed. São Paulo: Centauro, 2006.

[11] Nacarato, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista da Educação Matemática,* 2005.

[12] Rodrigues, Fredy Coelho; Gazire, Eliane Scheid. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão Reflections on use of material in school teaching of mathematics manipulable: trial of action to ponder. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática,* v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012.

[13] Schossler, Angélica; Dullius, Maria Madalena. *Tendências para o ensino de ciências exatas*. 2012.

Capítulo 12

Laboratório de Ensino da Matemática do Moreno (LEMAN): Relato de uma experiência que deu certo

Valdilene Maria Rodrigues da Silva
Flavia Gomes Silva do Nascimento
Airton Temístocles Gonçalves de Castro

Resumo: Este trabalho relata as experiências vivenciadas por um grupo de professores da disciplina de Matemática da Rede Municipal do Moreno a respeito da implantação de um laboratório de Ensino da Matemática, que se tornou o então LEMAM. O objetivo deste projeto foi promover a criação de um espaço para a reflexão sobre o ensino/aprendizagem da Matemática de maneira prática, dinâmica e lúdica com utilização de materiais concretos. Com o objetivo também de desmistificar a ideia da complexidade da aquisição do conhecimento matemático. A criação do LEMAM contribuiu para a ampliação do conhecimento dos monitores, professores e de toda a comunidade escolar que tiveram a oportunidade de participar deste projeto tão valioso.

Palavras chave: Laboratório. LEMAM. Ensino da matemática. Lúdico.

1.INTRODUÇÃO

No decorrer dos anos temos observado que os estudantes encontram dificuldades em assimilar os conteúdos matemáticos e vemos a necessidade de a aprendizagem acontecer de forma significativa e a participação deles ativamente nesse processo de ensino, por esta razão é de fundamental importância desmistificar a ideia de que a matemática é um "bicho de sete cabeças".

Segundo Brito, (2001, p.43)

> O objetivo dos professores de matemática deverá ser o de ajudar as pessoas a entender a matemática e encorajá-las a acreditar que é natural e agradável continuar a usar e aprender matemática. Entretanto, é essencial que ensinemos de tal forma que os estudantes vejam a matemática como uma parte sensível, natural e agradável.

Em muitos casos os professores resumem as suas aulas ao quadro branco e ao piloto (o antigo quadro e giz), livro didático e caderno, acreditando ser de fácil compreensão. No entanto, se deparam com o desinteresse do estudante por não conseguir compreender alguns conteúdos matemáticos, que requerem raciocínio lógico e capacidade de abstração. Para facilitar a assimilação de tais conteúdos faz-se necessário a utilização dos materiais manipuláveis, uma vez que esses recursos podem despertar o interesse dos estudantes e fazer com que tenham uma maior interação com o conteúdo estudado, algo que torna a aula mais dinâmica, motivadora e facilita o processo-ensino-aprendizagem de forma criativa.

Acredita-se que por falta de experiência e por não saber como utilizar os materiais concretos é que muitos professores deixam de usufruir momentos lúdicos nas suas aulas de matemática. Sobre isso, Nacarato (2005, p. 4) diz que, se um professor tem dificuldade em usar e explorar o material manipulável não obterá êxito, ou seja, pouco contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não se encontra na utilização desses materiais, mas na forma de uso.

Com o propósito de contribuir para a melhoria da qualidade do ensino em Matemática na Educação Básica e a elevação do IDEB do Município do Moreno, foi criado o LEMAM – Laboratório de Ensino de Matemática do Moreno no ano de 2007, tendo como parceiro o LEMAT – Laboratório de Matemática – UFPE. O presente projeto teve como objetivos promover a criação de um espaço para a reflexão sobre o ensino/aprendizagem da Matemática, com a participação de professores e alunos; criação de um ambiente onde se desenvolvam atividades interativas com materiais didáticos e a construção e elaboração de novos materiais (jogos, artefatos, textos, etc.); utilização de informática como instrumento no ensino aprendizagem e a realização de formação continuada para professores.

2.COMO TUDO COMEÇOU?

A ideia de formar um laboratório de ensino da matemática surgiu a partir de uma formação continuada para professores de Matemática que acontecia no Departamento de Matemática da UFPE, chamado Encontro as Sextas, iniciativa do LEMAT – UFPE, nos quais se discutia a temática de ensino e de aprendizagem nessa área de conhecimento.

Algumas aulas eram vivenciadas no LEMAT (Laboratório de Matemática) – UFPE em que eram trabalhados jogos matemáticos no intuito de abstrair conteúdos matemáticos e facilitar o processo de uma boa transposição didática.

Houve o desejo dos educadores do município do Moreno, neste período em implantar um laboratório na própria cidade, um dos motes seria que os estudantes do 7º ano ao 3º ano do Ensino Médio pudessem participar como monitores. Nesse espaço, os professores e supervisores escolares da rede também participariam de formação continuada pela equipe pedagógica do LEMAM, e assim teriam a oportunidade de ter um novo olhar para o ensino da Matemática, e que a vivenciasse de forma lúdica e prazerosa. A partir de então o sonho tornou-se realidade

O LEMAT – UFPE ofereceu um período de formações para os professores da disciplina de Matemática dos anos finais e estendeu também para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao final do período de formações foram selecionados para compor a equipe de professores que iriam atuar como mediadores no LEMAM.

Foram selecionados também alguns alunos que cursavam do 7º ano ao 9º ano da rede Municipal e do Ensino Médio das escolas estaduais para serem monitores voluntários. A escola enviava os estudantes selecionados pelos professores de matemática e participavam de uma formação no LEMAM, onde os

professores do laboratório ficavam observando o desempenho, criatividades, habilidades em raciocínio lógico e trabalho em equipe. Aqueles que obtinham um bom aproveitamento nas atividades desenvolvidas, eram selecionados para serem monitores. E então foi criada a equipe do laboratório, formada por professores do Ensino Fundamental I, professores de matemática e uma coordenadora pedagógica.

2.1 O SURGIMENTO DO LEMAM: AMBIENTE FÍSICO E ACERVOS DE MATERIAIS DIDÁTICOS, JOGOS MATEMÁTICOS E EQUIPE PEDAGÓGICA

O LEMAM foi instalado em um espaço de fácil acesso ao público, e era composto de: uma sala de recepção, duas salas de atendimentos para a realização das oficinas, uma sala provida de equipamentos – material de consumo, material permanente, jogos e materiais instrucionais todos em matemática e uma sala de informática para servir de suporte no processo ensino aprendizagem da matemática.

De acordo com as orientações do LEMAT – UFPE a criação do acervo de materiais do laboratório de matemática deveria ser composto de jogos matemáticos envolvendo situações-problema de diversos graus de complexidade como também o desenvolvimento do raciocínio lógico. Foram disponibilizados e criados jogos de disputas; quebra-cabeça de montagem ou movimentação de peças, desafios, enigmas, tais como: tangram, torre de Hanói, jogo do nim de dados, jogo da velha tridimensional, mancala colhe três, jogos do teorema de Pitágoras.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997,35) propõe que:

> por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações.

Assim sendo, o trabalho com jogos matemáticos é uma ferramenta poderosa que ajuda na interação social e na assimilação das diferentes soluções de um mesmo problema.

Nos acervos do LEMAM, uma boa parte dos jogos eram confeccionados com materiais reaproveitados, por exemplos: garrafas plásticas, tampas de garrafas, sementes, papelão, entre outros. Eles eram identificados e separados por conteúdos a serem trabalhados que continham informações de manuseio. Não se deve trabalhar apenas o jogo pelo jogo, mas sim traçar metas, regras e estratégias para a utilização dos mesmos.

A equipe pedagógica era formada por seis professores de Matemática, três dos anos iniciais e 36 monitores – alunos da Rede Municipal e Estadual cursando do 7º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio.

2.2 O FUNCIONAMENTO DO LABORATÓRIO

O LEMAM funcionava de segunda a sexta nos horários: manhã, tarde e noite. Os professores que atuavam no Laboratório tinham uma parte da sua carga horária disponível para atendimento ao público como também, confeccionavam novos jogos, junto com os monitores.

O atendimento era oferecido aos alunos da educação infantil até estudantes de Graduação em Matemática e Pedagogia. As visitas eram pré-agendadas com conteúdos definidos pelos participantes. A equipe pedagógica se encarregava de preparar as oficinas de acordo com os conteúdos propostos.

2.3 ATIVIDADES VIVENCIADAS

Durante o período de 2007 até 2015 atendemos em média 3200 escolas públicas e particulares. O LEMAM promoveu e participou de diversas atividades, dentre elas: exposição em praça pública em homenagem ao dia Nacional da Matemática; exposição nas escolas rurais do município como também em outras cidades do Estado; participação de eventos como Semana da Ciência e Tecnologia na Famasul em Palmares e no ano de 2013 participamos da 65ª Reunião Anual da SPBC – Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência em Recife.

No ano de 2011 o LEMAM foi convidado a participar do Projeto Rede na UFPE – o objetivo do projeto era a Construção de Jogo com material de sucata. Alguns professores da equipe do LEMAM participaram desse

projeto e receberam a formação e posteriormente atuando como formadores na Rede Municipal de Ensino do Moreno. Durante o período da formação do projeto Rede, a equipe de professores do LEMAM elaborou o jogo da velha com figuras geométricas utilizando material de sucata. As discussões e melhoramentos desse jogo ocorreram dentro do projeto, e a partir de então, já foram feitos diversos estudos sobre ele, inclusive a dissertação de Mestrado da professora Regina de Lima Silva (EDUMATEC – UFPE) Conhecimentos matemáticos de professores dos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo sobre o jogo da velha com figuras geométricas como recurso didático.

Através da participação do LEMAM na 65ª Reunião Anual da SBPC, recebemos o convite da professora Rosinalda Teles, para participar do Grupo de Estudo Grandezas e Medidas na UFPE, com a finalidade de contribuir com o PNAIC - Pacto Alfabetização na Idade Certa, junto a TV Escola. Realizamos intervenções em duas escolas da Rede Municipal do Moreno juntamente com as professoras do 3º ano do Ensino Fundamental de escolas distintas, trabalhando com o tema grandezas e Medidas. Posterior aos estudos foram realizadas gravações para o programa TV Escola.[6] Uma gravação foi realizada na Escola Municipal Áurea da Cunha- em que se trabalhou uma receita culinária e a outra no Laboratório – Contação de história, com os estudantes do Colégio Municipal Baltazar Moreno.

A seguir algumas imagens de ações desenvolvidas pelo laboratório como exposições, oficinas, formações e seleções dos professores e monitores.

Figuras 1- Exposição na praça em homenagem ao Dia Nacional da Matemática

Fonte: Do acervo da pesquisa.

[6]Disponível em: <http://tvescola.mec.gov.br/tve/video?idltem=7128>

Figuras 2- Recebendo escolas

Fonte: Do acervo da pesquisa

Figuras 3- Formação do Projeto Rede

Fonte: Do acervo da pesquisa

Figuras 4- Participação na SBPC em Recife

Fonte: Do acervo da pesquisa

Figuras 5- Gravação TV Escola

Fonte: do acervo da pesquisa

Figuras 6- Seleção dos professores para atuarem no LEMAM

Fonte: Do acervo da pesquisa

Figuras 7- Seleção dos primeiros monitores

Fonte: Do acervo da pesquisa

2.4 A PARTICIPAÇÃO DOS MONITORES

Um diferencial do nosso laboratório era a atuação dos alunos monitores. Com a função de receber e mediar a aprendizagem dos alunos visitantes, facilitando a compreensão da matemática a seus pares de forma lúdica e dinâmica, sendo previamente orientados pelos professores.

A maioria dos monitores que participaram do LEMAM tiveram a oportunidade de ter um novo olhar sobre o ensino e aprendizagem da Matemática e assim ressignificar o conceito da mesma. Atualmente muitos dos monitores encontram-se cursando Universidades Públicas na área de matemática e outras áreas afins.

3.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o presente relato podemos perceber a relevante importância e contribuição do LEMAM para as comunidades escolares, trazendo benefícios para alunos do ensino fundamental ao médio, também a acadêmicos e aos professores. Trouxe uma nova reflexão sobre o ensino e aprendizagem da matemática de maneira prática e dinâmica com a utilização de materiais concretos. Proporcionou grande experiência e mais conhecimentos aos monitores participantes.

Todo esse trabalho, além de colaborar com a carreira dos docentes envolvidos no processo, trouxe uma grande contribuição para a elevação do ensino e aprendizagem da matemática nas escolas públicas do município, bem como, de todas quanto participaram.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais; Matemática do Ensino Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 1997.

[2] Brito M. R. F.(org). Psicologia da educação matemática: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2001.

[3] Castro, Airton Temístocles Gonçalves de. Projeto: Laboratório de Ensino de Matemática (Lemat): O Lúdico na Matemática (Março/1999).

[4] Lima, Paulo Figueiredo de. Jogos no Contexto Escolar. Recife: UFPE, Lemat,1989.

[5] Nacarato, Adair M. Eu Trabalho Primeiro no Concreto. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004-2005.

[6] Silva, Regina de Lima. Conhecimentos Matemáticos de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um estudo sobre o jogo da velha com figuras geométricas como recurso didático. Programa Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco. Centro de Educação. Recife, 2017. 151p.

Capítulo 13

A criação de pequenos estabelecimentos comerciais fictícios como recurso no processo de aprendizagem dos números decimais para o 6º Ano do Ensino Fundamental

Aparecida Claudilene da Costa Souza
Cláudia Landin Negreiros
Marta Ferreira Marcelo

Resumo: Este trabalho, um relato de uma experiência em Matemática, apresenta atividades que envolvem resoluções de problemas com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números decimais, as quais foram aplicadas em uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, na Escola Estadual Dr. Joaquim Augusto da Costa Marques, na cidade de Denise (MT), em 2018. Com o objetivo de desenvolver a noção real dos números decimais, tais atividades, pensamos, puderam proporcionar a esses educandos uma aprendizagem matemática significativa, relacionando a teoria com a prática realizada, com simulações de compra e venda de produtos, nos tipos de comércios escolhidos por grupos de alunos, utilizando dinheiro fictício. Dessa maneira, pode-se observar o desenvolvimento dos educandos na aprendizagem dos números decimais, o que lhes proporcionou um novo olhar para a Matemática, ou seja, a aplicabilidade direta no cotidiano.

Palavras-chave: Matemática; Números Decimais; compra e venda; operações; Ensino Fundamental.

1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, a vida em sociedade vem sofrendo significativas transformações, desde o homem primitivo, com as necessidades básicas de caçar, pescar, de criar seu rebanho, ao utilizar sinais, símbolos, objetos, etc., para poder relacionar ou até mesmo identificar sua criação, para não perdê-la de vista, criando maneiras de expressar as quantidades.

A partir dessas necessidades, surgiram os números hindo-arábicos, os números que conhecemos hoje, cujo nome se refere aos hindus, que os criaram, e aos árabes, que os divulgaram no mundo Ocidental. Assim, os números racionais surgiram a partir da necessidade de medir terras e objetos, e com as suas subdivisões representadas na notação decimal; esses, então, são chamados de números decimais.

Apresentando grande vantagem prática em relação às frações, os números decimais são mais fáceis de escrever, comparar e realizar, com eles, as quatro operações aritméticas. Para Vitti (1999, p. 50):

> A história dos números tem alguns milhares de anos. É impossível saber exatamente como tudo começou. Mas uma coisa é certa: os homens não inventaram primeiro os números para depois aprenderem –a contar. Pelo contrário, os números foram se formando lentamente, pela prática diária das contagens.

Os números decimais têm origem a partir das frações decimais. Em 1585, o engenheiro e matemático holandês Simon Stevin escreveu o livro "O décimo", cujo objetivo era ensinar a todos como efetuar com facilidade, algo até então nunca visto em todas as operações necessárias entre os homens, por meio de números inteiros sem utilizar as frações.

Durante longos períodos, os números decimais eram utilizados apenas na Astronomia, mas com o passar do tempo, foi criado o sistema métrico decimal, e a partir desse momento, esses números passaram a ter mais ênfase, ou seja, passaram a ser mais utilizados. Na atualidade, eles têm grande aplicação, por exemplo, no dinheiro, nas máquinas de calcular, que operam e fornecem resultados sempre na forma decimal, entre outras situações.

Assim como a Matemática está em todos os lugares e de uma forma natural, na escola não pode ser diferente, ela precisa ser significativa e prazerosa para o aluno. Para isso, é necessário criar estratégias de ensino para introduzir certos conteúdos para o aluno refletir, buscar meios para resolver problemas, utilizando situações da realidade. Dessa maneira, o aluno conseguirá perceber o verdadeiro papel da Matemática na sua vida, e mais, com esse conhecimento adquirido, ele poderá transformar a sua realidade e a da sociedade em que está inserido. Nesse sentido, os PCN garantem:

> É importante que estimule os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo. (Brasil, 2001, p. 62-63).

Esse papel da Matemática corrobora com um dos papéis da escola, que no início escolar até o fim, ela tem que contribuir no processo de formação do aluno que nela adentra, capacitando-o e deixando-o apto para interagir na sociedade em que vive.

Desse modo, o maior desafio a ser vencido do professor, hoje, além de ser um mediador e facilitador do conhecimento, é despertar nos educandos o interesse pela Matemática, e para isso, há que se requerer muita dedicação, estudo e conhecimento, trazendo teorias e práticas, ou seja, vivenciá-las para que os educandos assimilem de uma forma mais dinâmica, os conteúdos matemáticos. Nesse sentido, sugerem os PCN:

> O professor para desempenhar o seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno ele precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (Brasil, 2001, p. 36)

Pensando dessa maneira, buscou-se, por meio da ludicidade, uma forma diferenciada para se introduzir os conceitos básicos e fundamentais dos números decimais com as quatro operações, visando uma aprendizagem mais clara e objetiva, de modo que despertasse o interesse dos educandos. Para Luckesi (2000, p. 97), a ludicidade "é representada por atividades que propiciam experiência de plenitude e envolvimento por inteiro, dentro de padrões flexíveis e saudáveis". Então, é pela ludicidade que a criança vai deixando o seu mundo de necessidades e constrangimentos, e começa a se desenvolver, criando e adaptando outra realidade a sua personalidade.

No entanto, para que possamos por em prática esse aprendizado, precisa-se de estratégias diferenciadas, como os projetos pedagógicos, de maneira, a levar o educando a compreensão dos conhecimentos que o cercam, sobre isso Araújo aborda:

> Entender o projeto como uma estratégia traz, assim uma nova perspectiva para o trabalho pedagógico, pois a partir de representações prévias sobre os caminhos a serem percorridos, incorpora, por exemplo, a abertura para o novo; a perspectiva de uma ação voltada para o futuro, visando transformar a realidade; e a possibilidade de decisões, escolhas, apostas, riscos, e incertezas. Além disso, permite dar um sentido baseado na busca de relações entre os fenômenos naturais, sociais e pessoais, bem como planejar estratégias que vão além da compartimentalização disciplinar. (Araujo, 2003, p. 69)

Os projetos que estão sendo postos em prática na educação podem romper as barreiras do tradicional em sala de aula, facilitando as resoluções de problemas, para isso, enfatiza Hernández (1998), "o projeto possibilita ao aluno deparar com relações que vão além das disciplinas e que o ajudarão a resolver situações problemas que possam surgir, aumentando sua capacidade de encarar desafios". Assim, com a possibilidade de um trabalho diferenciado, faz-se, então, necessário um projeto dessa natureza, ou seja, "A criação de pequenos estabelecimentos comerciais fictícios, como recurso no processo de aprendizagem dos números decimais, no 6º ano do ensino fundamental", na Escola Estadual Dr. Joaquim Augusto da Costa Marques, na cidade de Denise (MT), um trabalho que apresentamos no item subsequente.

2. O TRABALHO DESENVOLVIDO

Na busca pelo conhecimento matemático, na aprendizagem dos números decimais, o primeiro passo foi utilizar as inúmeras situações simples diárias e, posteriormente, as mais complexas para trabalhar e fixar esses conceitos, mostrando aos educandos que os números decimais estão por toda parte, nas unidades de medidas como temperatura, medidas de comprimentos em metros, capacidade em litros, massa em gramas, volume em metros cúbicos, nas notas das avaliações e, principalmente, no nosso sistema monetário.

Posteriormente a essa fase introdutória, foram criadas situações-problema envolvendo algumas dessas unidades de medidas para serem resolvidas. Os alunos, divididos em cinco grupos, com um líder cada, formaram quatro grupos com cinco integrantes e um grupo com quatro integrantes, com a proposta que cada grupo iria montar um comércio fictício, diferente um do outro, assim distribuídos: padaria, papelaria, loja de brinquedos, mercado e loja de roupas. Na figura 1, as cédulas e moedas fictícias usadas na atividade.

Figura 1 - As cédulas e moedas fictícias

Fonte: Imagens retiradas da internet. Acesso livre. 2018.

Após essas divisões, iniciaram-se a preparação, a elaboração e a criação desse pequeno estabelecimento comercial fictício, o mais próximo da realidade possível, com nome e preços das mercadorias etiquetadas. E para isso, foi necessário que os grupos fossem a campo pesquisar, visitando na cidade alguns estabelecimentos comerciais, com o intuito de: verificarem os preços das mercadorias, como estavam sendo expostas nas lojas, a relação entre compra e venda, o atendimento entre vendedor e cliente, e a utilidade da nota fiscal que todo estabelecimento comercial tem que emitir. Em relação a isso, cabe lembrar que os valores pagos em impostos, os quais estão descritos nas notas fiscais, obtidos a partir das vendas dos produtos, podem ser revertidos em serviços para a sociedade, como saúde, educação e saneamento básico. Após essa fase, os grupos de alunos entrevistaram alguns funcionários e donos desses estabelecimentos comerciais.

A maior parte da elaboração desse trabalho foi desenvolvida extraclasse, cujo período de desenvolvimento, execução e apresentação foi de aproximadamente 30 dias; iniciamos no final de outubro e apresentamos no dia 28 de novembro de 2018.

Criamos um grupo no Whatsapp para facilitar a comunicação, porém nem todos tinham acesso a esse aplicativo, mas todos os líderes receberam as orientações necessárias. A imagem seguinte, figura 2, apresenta esse grupo.

Figura 2 – Grupo de Whatsapp

Fonte: Alunos do projeto, 2018.

Os grupos se reuniam nas suas casas e na escola no período da tarde, pois no período matutino, tinham aulas; as reuniões no contra turno eram realizadas com a supervisão da professora ou das coordenadoras.

Uma vez por semana, em sala de aula, reuníamos todos os grupos para tratarmos de assuntos coletivos, como: montagem das notas fiscais, da logomarca e o nome do comércio estabelecido por eles, anotações sobre o que cada aluno iria trazer no dia da exposição e apresentação do trabalho para colaborar com os outros grupos. Todos deveriam trazer algo, as mercadorias eram verdadeiras, mas seriam vendidas com dinheiro fictício.

Cada dois ou três alunos, juntos, traziam algum prato com comida, como salgadinhos, tortas, bolos e bebidas, refrigerantes e sucos, para montar a padaria; ao final da culminância do projeto, faríamos uma confraternização.

Chegado o dia, os alunos vieram na hora marcada, às 6h30min da manhã, para montarem seus estabelecimentos comerciais. A todo o momento chegavam mercadorias para serem expostas. Os alunos estavam uniformizados e cada integrante do grupo estava identificado com um crachá contendo o nome e a função que iria executar no seu estabelecimento comercial. Ficaram muito agitados, ansiosos, uns nervosos por ter que apresentar e falar em público; outros por medo de se equivocarem nos cálculos na hora das vendas e passarem o troco errado, principalmente por causa dos professores, que eram os convidados do evento.

A abertura da exposição se iniciou às 8h da manhã, na sala de aula do 6º ano, tendo um painel confeccionado pelos alunos em frente à porta principal da sala, como mostrado na figura abaixo.

Figura 3: Painel com o título do projeto

Fonte: Os autores, 2018.

Durante a visitação, todos os professores da escola faziam questionamentos e compravam com dinheiro fictício as mercadorias dos alunos, observando atentamente e anotando em suas fichas de avaliação, atribuindo um conceito: ruim, regular, bom e ótimo, para cada item avaliado: atendimento, caracterização comercial, precisão e agilidade nas operações aritméticas.

Foram convidados também os alunos do 7º ao 9º ano para participarem do trabalho, e com a supervisão dos professores, juntamos em duplas e alguns em trios, entregando certa quantia de dinheiro fictício para fazerem suas compras e, ao final, antes de retornarem para suas salas de aulas, devolviam as mercadorias aos grupos e o troco para a professora. Já em sala, a turma preenchia em conjunto uma ficha avaliativa, e alguns professores preferiram preencher sua ficha avaliativa junto com a opinião da turma. As imagens seguintes, figuras 4 e 5, apresentam esses momentos.

Figura 4 – Alunos do projeto

Fonte: Os autores, 2018

Figura 5 – Professores e alunos

Fonte: Os autores, 2018

Após isso, foram feitos os agradecimentos pelos professores e equipe gestora, os quais parabenizaram os educandos pela apresentação do projeto. Na sequência, todos se dirigiram à mesa, anteriormente arrumada pelos alunos, para o coquetel de confraternização de encerramento do projeto.

No dia seguinte, fizemos as considerações finais, lendo todas as fichas avaliativas, analisando os pontos fortes e fracos de cada grupo. O interessante foi que os próprios alunos já apontavam as falhas que teriam tido com cada avaliador, antes mesmo da leitura da ficha avaliativa do respectivo professor. Nenhuma ficha avaliativa teve conceito ruim, a maioria variou de bom a ótimo. Sobre a avaliação, Hoffmann (2005, p. 19) diz:

> Avaliar é dinamizar oportunidades de reflexão e exige um acompanhamento permanente do professor, propondo sempre ao aluno novas questões, novos desafios, dessa maneira, a avaliação deixa de ser um momento terminal do processo educativo como acontece hoje e passa a representar a busca incessante pela compreensão das dificuldades do educando e a dinamização de novas oportunidades de conhecimento.

Acreditamos que a avaliação auxilia o professor com princípios fundamentais para uma reflexão contínua sobre a sua prática, criando, assim, novos instrumentos de trabalho e retomando pontos que devem ser revistos e ajustados ou recolhidos como apropriados para o processo de aprendizagem individual ou coletivo.

Nessa direção, realizamos uma avaliação de forma integrada, ou seja, observando todo o processo de elaboração, confecção e apresentação desse trabalho, levando o educando a desenvolver a noção dos números decimais, relacionando a teoria estudada com a prática realizada, promovendo a socialização com as pessoas para poder vender seus produtos e desenvolvendo as habilidades operacionais de adição, subtração, multiplicação e divisão dos números decimais, percebendo, também, a importância da Matemática no dia a dia.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As discussões por um ensino de qualidade são cada vez mais frequentes em vários estudos, os quais abordam propostas para fazer com que os educandos tenham as oportunidades de explorar suas ideias, desenvolverem suas habilidades cognitivas, afetivas e motoras, objetivando perceber e entender a realidade que os cerca.

Nesse sentido, a ludicidade apresentada neste trabalho possibilita aos alunos desenvolverem melhor tais habilidades, com um estímulo a mais para aprender Matemática, contextualizando e correlacionando o saber matemático com o dia a dia, produzindo conhecimentos, seja na vida sociocultural ou na construção do pensamento matemático, ou ainda, de novos saberes.

Por meio de atividades lúdicas, foi estimulado o gosto pela Matemática, utilizando-se de uma forma diferenciada para apresentar o conteúdo (números decimais), realizando pesquisas de campo, discussões em grupos, criando comércios, o desenvolvimento e o entendido de compra e venda, juntamente com o manuseio de dinheiro fictício.

Acreditamos que o trabalho foi bastante produtivo, com muita empolgação, empenho e dedicação por parte dos alunos para montar a caracterização comercial. Eles conseguiram compreender melhor a aplicabilidade no cotidiano dos números decimais, melhorando o desempenho nas operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão, favorecendo a interação e socialização por meio da relação entre vendedores e clientes, que é o atendimento.

Percebemos, por fim, que esse projeto funcionou também como uma forma de divulgação de um trabalho diferenciado em Matemática, e que o mesmo poderá servir de estímulo para outros tipos de trabalhos na escola, por outros professores e outros alunos.

REFERÊNCIAS

[1] Araujo, Ulisses. Temas transversais e a estratégia de projetos. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2006.

[2] Brasil. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática 5ª a 8ª séries. 2ª impressão. Brasília: MEC/SEF, 2001.

[3] Hernández, Fernando; Ventura, Montserrat. A organização do currículo por projetos de trabalho. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998.

[4] Hoffmann, Jussara. Avaliar para promover: as setas do caminho. Porto Alegre: Mediação, 2005.

[5] Luckesi, Cipriano Carlos. Desenvolvimento dos estados de consciência e ludicidade. In: Luckesi, Cipriano Carlos (org.). Ensaios de ludopedagogia. N.1, Salvador UFBA/FACED, 2000.

[6] Vitti, C. Maria. Matemática com prazer, a partir da história e da geometria. 2ª Ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. 103p.

Capítulo 14

Os registros de representação semiótica como colaborador para com a geometria na Educação Básica

Teylane França Lemos
Sanya Sousa Cardoso
Deive Barbosa Alves

Resumo: Neste trabalho tratamos de colaborações dos Registros de Representação Semiótica (RRS) como auxílio no enfrentamento de obstáculos na aprendizagem de geometria. Inicialmente destacamos que parte da sociedade não consegue enxergar usabilidade da Matemática com o meio em que vive. Apontamos em seguida que a Geometria é uma parte dela capaz de mostrar, desde as formas mais simples, que a Matemática está ali no dia a dia das pessoas. Trouxemos, então, algumas das dificuldades dos alunos relacionadas à aprendizagem em geometria, na escola básica, e que foram apontadas em artigos científicos de educação matemática. Após a identificação dessas dificuldades, realizamos uma análise e apontamos a solução baseada na teoria dos (RRS) encontradas e explicitadas pelos autores dos trabalhos, evidenciando parte do processo de como os mesmos chegaram a tais conclusões e qual processo dessa teoria se fez presente em cada um dos artigos. Concluímos que das soluções que observamos, das pesquisas analisadas, as atividades que envolvem o Tangram é uma das formas que melhor pode colaborar na aprendizagem de geometria pelos alunos, principalmente se o mesmo puder ser trabalhado juntamente com o software Geogebra, pois assim aproxima a matemática com a realidade tecnológica dos mesmos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Geometria; Tangram; Registros de Representação Semiótica.

1. INTRODUÇÃO

Entre os pesquisadores de Educação Matemática, tem-se discutido acerca das dificuldades dos alunos na educação básica em compreender a matemática, em especial, uma área específica e essencial da mesma, a denominada geometria. Neste artigo apresentaremos o registro de representação semiótica como auxílio no enfrentamento de obstáculos na aprendizagem de geometria na educação básica.

O pesquisador Raymond Duval desenvolveu a teoria dos registros de representação semiótica para mostrar a importância das representações dos objetos matemáticos como ferramentas de ensino e aprendizagem. Duval (1995) afirma que analisar o desenvolvimento da semiótica é necessário para entender a função dos registros de representação na compreensão do pensamento matemático. Para ele "A noção de representação semiótica pressupõe, portanto a conscientização de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico a um outro"(DUVAL, 1995, p. 17). O termo registro de representação semiótica é usado para indicar diferentes tipos de representação, escrita em língua natural, ou materna, escritas algébricas, tabelas, e gráficos cartesianos e figuras. DUVAL (2009,

p. 14), afirma que "não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós distinguimos um objeto e sua representação", dado que um mesmo objeto matemático pode ter diferentes tipos de representação, sem perder a importância do objeto em si.

Em sua teoria, Duval(2003) defende que para os estudantes compreenderem um registro de representação semiótica é necessário que conheçam o objetos matemáticos, e que compreendam duas transformações importantes para a mesma, completamente diferentes, que são os tratamentos e as conversões. No tratamento a transformação acontece somente na representação, mantendo assim o mesmo registro, exemplo: o aluno pode usar apenas o registro numérico para encontrar a solução do problema. Na conversão acontece a transformação de um registro em outro registro convertendo o objeto ou parte das características do mesmo. "O ponto comum à grande maioria dos bloqueios dos alunos, quaisquer que sejam os domínios de atividade matemática e qualquer que seja o nível do currículo, é a incapacidade de converter a representação de um objeto em uma outra representação do mesmo objeto" (DUVAL, 1993, p.53).

É essencial que os professores pratiquem essas representações em sala de aula com seus alunos, para que aprendam em que situação vão poder usar os tratamentos e as conversões.

> Se a conceitualização implica coordenação de registros de representação, o principal caminho das aprendizagens de base matemática não pode ser somente a automatização de certos tratamentos ou compreensão de noções, mas deve ser a coordenação de diferentes registros de representação, necessariamente mobilizados por estes tratamentos ou por esta compreensão (DUVAL, 2012, p. 19).

Neste trabalho, buscamos evidenciar a necessidade da utilização dos registros de representações semiótica na educação básica, tentando preencher as lacunas encontradas diariamente na sala de aula.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Utilizamos como base teórica e referencial bibliográfico para a construção deste artigo, pesquisas voltadas para a escola básica na área de Educação Matemática no Brasil, e que são constatadas em artigos científicos.

O enfoque foi dado à Geometria analítica e cotejando-a com a teoria de Duval (2003), os Registros de Representação Semiótica, buscando evidenciar as principais dificuldades dos alunos em relação ao aprendizado da Geometria e em como a Semiótica pode colaborar para o melhor esclarecimento dos obstáculos encontrados.

2.1. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A matemática é na maioria das vezes considerada pelas pessoas em geral, uma ciência de nível de dificuldade elevada, muitos a vêem como sendo demasiadamente abstrata e/ou difícil de associá-la ao que está além dos conteúdos aplicados na sala de aula.

Passos (2000,p. 49), afirma que "a geometria é um dos ramos da Matemática que pode estimular o interesse pelo aprendizado dessa ciência, pois pode revelar a realidade que rodeia o aluno, dando oportunidades de desenvolver habilidades criativas.[...]".A mesma é o que permite a união entre os alunos e a nossa sociedade. Seja no simples fato de dar forma a objetos ou na resolução de situações problemas.

Note que, estamos constantemente rodeados de coisas que podem ser representadas a partir da matemática, e essa área específica da mesma, a geometria, pode contribuir para desmistificar o pensamento de que a matemática é apenas uma disciplina. Segundo Bulos(2011)

> A geometria pode ser o caminho para desenvolvermos habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair (BULOS, 2011, p.5).

Dado isto, enxergamos como sendo essencial que tal ciência seja absorvida pelos alunos desde as séries iniciais e no decorrer de todo o nível básico, e desta forma a mesma servirá como uma base para que possam compreender as formas e dimensões que os norteiam. Na matemática há uma grande variedade de representações semióticas, assim a mesma pode colaborar para essa compreensão, pois para Duval (2003, p.13) "é suficienteobservar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.".

Fazendo uso da conversão que resumidamente é um processo que transforma uma representação em outra, segundo Duval (2003, p.16): "transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados, por exemplo: passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica". Desta maneira, o professor pode auxiliar o aluno a realizar conversões que melhor representa o objeto matemático que está sendo estudado na concepção do aluno. Para Duval (2003)

> Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.
>
> As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL,2003, p. 16)

Segundo a pesquisa de Josiane Maria Constantino (2014, p.1-19) com os alunos do sexto ano do ensino fundamental, evidenciou-se que os alunos apresentaram dificuldades no processo de conversão, na identificação das figuras geométricas com exemplos do cotidiano, na distinção de figuras, dificuldades em trabalhar com mais de um registro. Talvez essas dificuldades sejam marcas de um ensino mecanizado que precisa explorar mais as variedades que a matemática oferece. Duval diz que "A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação". (DUVAL, 2003, p.14), ou seja, a matemática fornece ao professor um leque extenso de possibilidades para trabalhar diversas maneiras simultâneas na sala de aula.

Uma possível solução, para as dificuldades relacionadas à geometria no ensino básico é a utilização de materiais manipuláveis, que podem auxiliar os alunos com a capacidade de raciocinar e proporcionar melhores condições para resolução de problema. Um exemplo desse tipo de material é o Tangram que podem ser utilizados em diversos conteúdos na matemática. Segundo Souza (1995),

> a origem e significado da palavra Tangram possui muitas versões. Uma delas diz que a parte final da palavra – gram significa algo desenhado ou escrito, como um diagrama. Já a origem da primeira parte – Tan – é muito duvidosa e especulativa, existindo várias tentativas de explicação. A mais aceita está relacionado à dinastia Tang (618 – 906) que foi uma das mais poderosas e longas dinastias da história Chinesa. Assim, segundo essa versão Tangram significa, quebra-cabeça chinês. (SOUZA, 1995, p.2)

O mesmo é formado por sete peças, os " Tans". As quais permitem a formação de inúmeras figuras. Estes são utilizados como materiais pedagógicos que favorecem a compreensão do conteúdo na sala de aula. Estimulam a criatividade, reflexão e proporciona ao aluno a realidade espacial de um objeto, estimula o aluno a refletir. O Tangram, permite que alunos com dificuldade em Matemática possam compreende. O mesmo, quando utilizado como um material lúdico, permite o aluno tocar, construir, reposicionar e analisar, solicitando do aluno uma maior concentração e empenho. Junto a um bom planejamento despertam o interesse do aluno para a Matemática. Uma vez que algumas dificuldades e erros não mostram de forma negativa na realização de atividades com o material. É necessário, traçar regras e deixar os objetivos da aula sempre nítidos. Podendo ser aplicado para a aprendizagem de diversos conteúdos. De acordo com Lorenzato (2006),

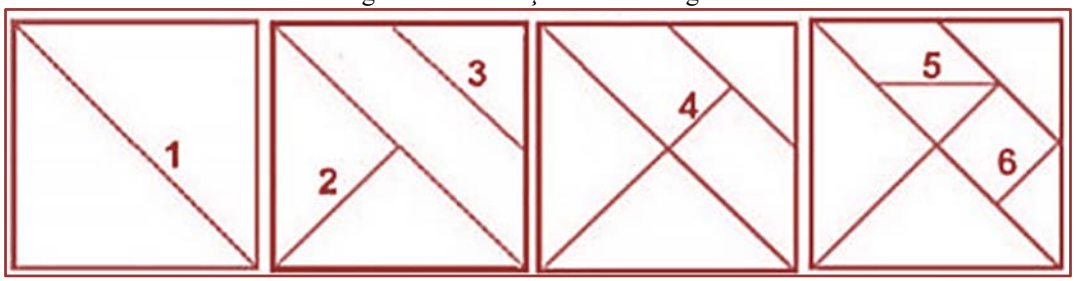
> [...] para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência a melhoria da auto-imagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática , longe de ser um bicho-papão , é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. LORENZATO (2006, p.25).

Uma abordagem com o uso do Tangram, registrado no artigo "A utilização do Tangram como material manipulável para a introdução de conceitos da Geometria Plana" de Alexsandra Barbosa Silva, Richelle Kerhler de Paula Dias e Gilmara Gomes Meira no ano de 2016, foi na Escola Ademar Veloso da Silveira de Campina Grande, na Paraíba, que foi convidada a desenvolver um trabalho inovador com diferentes metodologias de ensino, diferente das já abordadas no ambiente escolar. Para isso, foi desenvolvido com os alunos do 7° Ano do Ensino Fundamental uma gincana utilizando o Tangram como material Lúdico.

A primeira atividade a ser realizada foi uma breve pesquisa sobre a história do Tangram e debate sobre as possibilidades de seu surgimento.

A segunda atividade proposta na gincana buscou a inclusão do modelo metodológico Tangram, propondo a construção do mesmo e posteriormente colorir as peças de cores distintas. Nesta atividade, explorou-se o conteúdo de ângulos. A seguir está o passo a passo utilizado:

Figura 1: Construção com o Tangram



Fonte: Dias, Silva e Meira (2016, p.5)

A terceira atividade sugerida foi a formação de um quadrado por meio da manipulação das peças do Tangram. Nesse contexto, os alunos encontraram muita dificuldade e muitos acreditavam que seria impossível montar o quadrado com as 7 peças dispostas no Quebra-cabeça.

Figura 2: Uso das peças do Tangram para formação de um quadrado.

Fonte: Dias, Silva e Meira (2016, p.6)

A quarta atividade a ser realizada foi nomeação dos polígonos, classificação dos triângulos e a classificação quanto aos ângulos: reto, agudo e obtuso.

Figura: 3 Nomeação dos polígonos e exploração dos seus elementos

Fonte: Dias, Silva e Meira (2016, p.7)

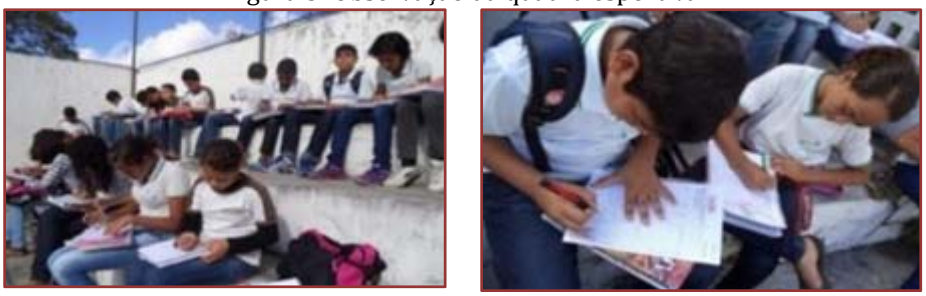
A quinta atividade trabalhou com a formação de figuras utilizando as sete peças do Tangram. Para isso, foi apresentada a turma algumas figuras que deveriam ser reproduzidas.

Figura 4: Construção de figuras com as peças do Tangram.

Fonte: Dias, Silva e Meira (2016,p.8)

A sexta atividade trouxe a contextualização para o ambiente escolar, os alunos desenharam a quadra esporte da escola, com todas as linhas, e identificaram os ângulos presente na figura.

Figura 5: Observação da quadra esportiva.



Fonte: Dias, Silva e Meira (2016,p.9)

A sétima e última atividade valeu-se das formas geométricas presente no Tangram para a confecção de cartazes para apresentarem a comunidade escolar.

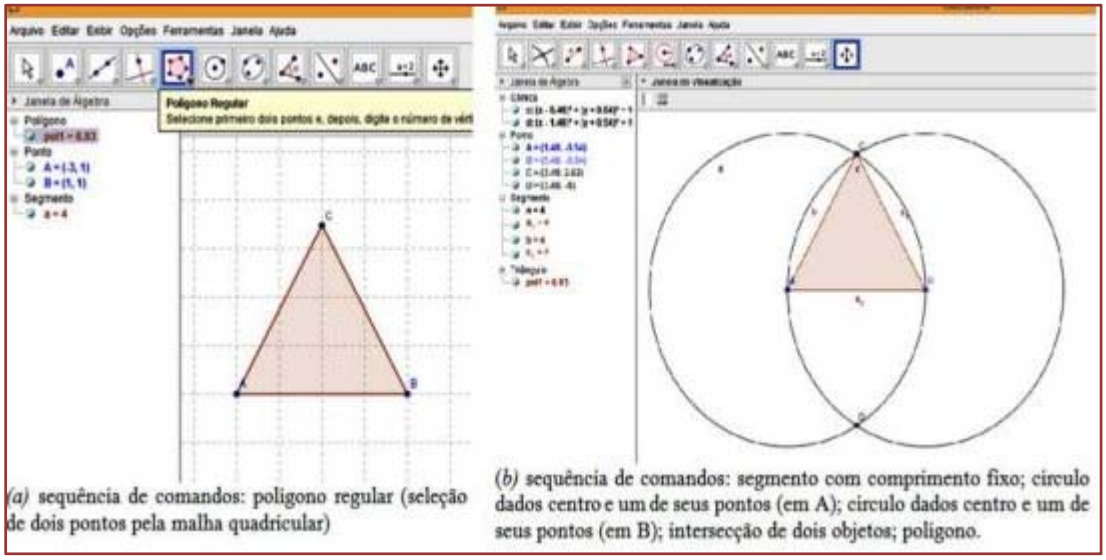
Durante essa Gincana, foi perceptível um maior participação dos alunos nas atividades propostas e através das manipulações das peças, observações, reflexões houve a construção do conhecimento.

O trabalho de Viana e Boiago (2015), mostra que uma das principais dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem em geometria na escola básica, é principalmente nos desenhos geométricos, onde há a necessidade de que o aluno construa estes, utilizando papel, régua, transferidor e o compasso. Segundo os mesmos, isso ocorre porque há nos alunos um déficit de conceitos básicos de geometria, que são necessários para que os procedimentos de construção dos desenhos sejam efetuados. Uma outra problemática identificada por eles, é no aspecto da instrumentação, pois os alunos estão constantemente em contato com a tecnologia digital, então consideram que o uso de apenas materiais físicos, seja um método de certo modo, ultrapassado, levando em consideração o desempenho e precisão dos *softwares* atuais. Após algumas observações eles consideram que:

> "O software Geogebra permite interpretar e construir figuras envolvendo os diferentes tipos de apreensão em geometria e que as atividades de desenho possibilitam um melhor entendimento de alguns processos cognitivos específicos da atividade geométrica. (VIANA e BOIAGO, 2015 , 162).

Para que pudessem chegar a tal conclusão, no próprio artigo eles fizeram uso do *software* GeoGebra com a construção de um triângulo equilátero, cujos lados medem 4 cm. O intuito foi realizar uma análise de algumas construções geométricas por parte dos alunos, dentro do *software* e identificar processos cognitivos utilizados nas operações produzidas na tela do computador com o foco nos registros de representação semiótica de Duval. As construções ficaram como nas figuras a seguir:

Figura 5: Duas sequências distintas para a construção do triângulo no GeoGebra



(a) sequência de comandos: polígono regular (seleção de dois pontos pela malha quadricular)

(b) sequência de comandos: segmento com comprimento fixo; círculo dados centro e um de seus pontos (em A); círculo dados centro e um de seus pontos (em B); intersecção de dois objetos; polígono.

Fonte: Viana e Boiago (2015, p. 165)

Segundo Viana e Boiago (2015) para a construção da atividade representada na Figura 1 foi requisitado no mínimo, processos cognitivos para distinguir figuras e desenhos. E ainda perceberam que por se tratar de uma construção que envolve o monitor do computador, foi necessário dominar o menu do software (na forma discursiva e figural). Essa capacidade deformação envolve diretamente dois pontos dentro dos registros de representação semiótica, o tratamento e a conversão. Deste modo, enxergaram que houve o uso do que Duval (2003) chama de desconstrução dimensional.Para a construção desse artigo analisamos três pesquisas em educação matemática distintas e voltadas para as séries iniciais, que identificaram as dificuldades encontradas no ensino aprendizagem da geometria, assim como, sob diferentes perspectivas, trabalhavam atividades diferenciadas, como *software* e uso de material manipulável, na tentativa de suprir e transformar o objeto matemático mais próximo possível da realidade do aluno.

Posteriormente, analisamos e comparamos as soluções encontradas com a teoria Registros de Representações semióticas desenvolvida por Duval (2003), que trata da conversão e transformação do conhecimento matemático. Percebemos, que esse é método utilizado por alguns professores na sala de aula.

Por fim, constatamos a contribuição dos Registros de Representações Semióticas na aprendizagem da Geometria e se ela é capaz de preencher as lacunas encontradas no seu ensino. Assim, diante das possíveis soluções dada, escolhemos sob nossa visão a melhor solução para o problema exposto.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o surgimento da matemática moderna, a Matemática distanciou-se da realidade do dia a dia do aluno. A geometria cria um vínculo entre a matemática e a sua aplicação no cotidiano, a mesma é utilizada desde os primeiros povos e foi de suma importância para o desenvolvimento da civilização.

Através da compreensão da geometria, o aluno passa a enxergar o mundo de forma mais organizada. Por meio da observação, o aluno capta características que se diferenciam ou se assemelham, permitindo a assimilação do conteúdo de números e medidas. Quando o trabalho desenvolvido envolve diferentes objetos, como obras de arte, por exemplo, cria-se um elo entre a matemática e outros áreas de conhecimento.

De acordo com artigos lidos, observamos que o uso de diferentes materiais pedagógicos no ensino da geometria garantem resultados positivos quando são estabelecidas regras e aliado a um planejamento, onde é identificando o objetivo da atividade que será aplicada. Neste contexto, dentre os métodos utilizados para auxiliar no ensino e aprendizagem da geometria, destacou-se a gincana com o uso do Tangram em diversas atividades.

O Tangram, permite que alunos com dificuldade em Matemática possa melhor compreendê-la. O mesmo, quando utilizado como um material lúdico, permite o aluno tocar, construir, reposicionar e analisar, solicitando do aluno uma maior concentração e empenho, despertando assim, o interesse do aluno pelo conteúdo estudado. Uma vez que algumas dificuldades e erros não mostram de forma negativa na realização de atividades com o material.

Podemos destacar, que uma solução que se sobressai nas Representações Semióticas, seria o uso do Tangran físico, como abordado em um dos artigos, mas também fosse utilizado em *software* como o Geogebra. Uma vez que ele em geral tem o potencial de atrair os alunos, pois de certa forma o dia a dia dos mesmos está imerso de tecnologia, sendo assim, podemos concluir que o Geogebra pode diminuir a distância entre a matemática e o seu cotidiano. Além disso, o mesmo obriga indiretamente, ou seja, sem que o aluno perceba, que ele desenvolva habilidades extras, como representar algo concreto de maneira virtual e domínio das ferramentas contidas no menu do programa.

REFERÊNCIAS

[1] Silva, Alexsandra Barbosa; DIAS, Richelle Kehrle de Paula; Meira, Gilmara Gomes. A Utlilização do Tangram Como Material Manipulável para Introdução de Conceitos da Geometria Plana. 2016. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Trabalho_EV065_MD3_SA4_ID717_30102 016210802.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2019.

[2] Bulos, Adriana Mascarenhas Mattos. O Ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental . In: XIII CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 2011.

[3] Clemente, João Carlos; Bedim, Ácacia Aparecida Pinto; ET AL. Ensino E Aprendizagem da Geometria: Um estudo a partir dos Periódicos em educação Matemática. Disponível em: http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ensino-E-Aprendizagem-da- Geometria-um-Estudo-A-Partir-dos-Peri%C3%93dicos-Em- Educa%C3%87%C3%83O-

[4] Matem%C3%81tica.pdfhttp://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/Ensino-E-Aprendizagem-da- Geometria-UM-Estudo-A-Partir-Dos-Peri%C3%93dicos-em- Educa%C3%87%C3%83O-Matem%C3%81tica.pdf Acesso em: 20 fev. 2019.

[5] Silva, Cleusiane Vieira; Lima, Diana Maia de. Tangram: Transforman do E Fracionando. 2013. Disponível em: <http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/132.pdf>. Acesso em: 17 abr. 2013.

[6] Constantino, J. M. Analise das representações semióticas de alunos do 6º ano acerta de geometria plana. IN: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE., v.1, 2014, Paraná. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unespa r-uniaodavitoria_mat_artigo_josiane_maria_constantino _menoncin.pdf>. Acesso em: 21 fev. 2019.

[7] Duval, R. Registres de representation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Gognitives. Strasbourg, Irem-ULP, França, 5,1993, p. 37- 64.

[8] Duval, R. Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

[9] Duval, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica . Campinas, SP: Papirus, 2003. p.11-33.

[10] Duval, R. Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2009.

[11] Duval, R. Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática? Práxis Educativa, v.7, n. 2, p. 305-330, 2012.

[12] Lorenzato, Sérgio. O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

[13] Passos, Cármen Lúcia Brancaglion. Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula. 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

[14] Proença, M. C.; PIROLA, N. A. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. Zetetiké , Campinas, v. 17, n. 31, jan/jun.2009.

[15] Souza, Elaine Reamede et al. A Matemática das sete peças do Tangram. 2ª ed. São Paulo: IME – USP, 1995.

Capítulo 15

O uso de Origamis no ensino de geometria no 6º ano

Janice Maria Calestini
Débora Bezerra Linhares Libório

Resumo: Este artigo tem por objetivo fazer um relato de experiência de um projeto composto por sequência didática em que foi utilizado origamis como ferramenta motivadora para o ensino de geometria, no 6º ano do Ensino Fundamental II, além de apresentar um pouco da história dos origamis e como esse recurso didático faz com que os alunos desenvolvam habilidades cognitivas estruturantes para o raciocínio lógico, dedutivo e argumentativo influenciando no seu comportamento como estudante e aprimorando o seu processo de aprendizagem. A Geometria e os Origamis são elementos que mobilizam e apoiam o aluno no seu desenvolvimento escolar principalmente na compreensão da Matemática.

Palavras-chave: Origamis; geometria; recursos didáticos; ensino de matemática.

1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais temos vivenciado uma grande dificuldade e falta de interesse dos alunos nas aulas de Matemática. Dessa forma, acreditamos que utilizar metodologias diferenciadas para o ensino da Matemática é fundamental. Dentre essas metodologias destacamos o uso de recursos didáticos como os materiais manipuláveis, que quando utilizados de forma adequada, promovem um aprendizado significativo. Corroborando com Silva e Martins (2000):

> Os materiais manipuláveis são fundamentais se pensarmos em ajudar a criança na passagem do concreto para o abstrato, na medida em que eles apelam a vários sentidos e são usados pelas crianças como uma espécie de suporte físico numa situação de aprendizagem. Assim sendo, parece relevante equipar as aulas de Matemática com todo um conjunto de materiais manipuláveis. (Silva; Martins, 2000, p. 4).

Dentre os vários materiais manipuláveis existentes, hoje vamos destacar o origami. O origami se popularizou na década de 80 sendo considerado um tipo de terapia, um passatempo para relaxar e combater o estresse. Porém com as crianças se mostrou um aliado no desenvolvimento pedagógico tanto como recurso de comunicação e de raciocínio lógico. Mas não é de hoje que o origami e as dobraduras são usados no ensino da Matemática. Segundo Ibraim e Silva (2011) esse recurso é parte integrante do currículo escolar japonês desde 1876 e no Brasil vários trabalhos abordam sua utilização em sala de aula, inclusive os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

> As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com dobraduras [...] (Brasil, 1997, p. 128).

Aliando a geometria e o origami, o aluno irá desenvolver os conceitos elementares e fundamentais da geometria plana de maneira lúdica favorecendo o processo cognitivo, argumentativo e dedutivo. O aluno ao construir seus origamis ele também vai desenvolvendo habilidades de observação e de relacionar os movimentos das dobras com os conceitos de geometria. Assim, ao ensinar Geometria com origamis o aluno percebe as diversas construções, inclusive consegue iniciar as deduções das construções com instrumentos (compasso, régua, esquadros).

2. O ORIGAMI

Origami é uma palavra de origem japonesa que surgiu em 1880 e significa "dobrar papel". Junção das sílabas "*Ori*" que quer dizer dobrar (verbo) e "*kami"* significa papel. Há estudos que sugerem o surgimento na China, junto com a suposta invenção do papel. Com relação à invenção do papel Ibraim e Silva (2011) diz que:

> [...] A fabricação do papel chegou ao norte da África através dos árabes. No século VIII, os mouros (povo árabe-berbere que conquistou a Península Ibérica, oriundo principalmente da região do Saara ocidental e da Mauritânia) levaram este segredo para a Espanha. Como a religião dos mouros proibia a representação simbólica de homens e animais, eles construíam figuras geométricas, para assim estudar os elementos presentes nessas formas [...] (Ibraim, Silva, 2011, p. 13).

Mas foram os japoneses que aprimoraram e divulgaram a prática do origami como conhecemos hoje. Naquela época as dobras necessárias para construção dos origamis eram passadas de pai para filho. O origami tradicional era feito em folha de papel no formato de um quadrado, sem recortes e sem colas e estavam relacionados aos elementos da natureza e aos objetos do dia a dia, com o passar do tempo vários formatos geraram outros origamis sendo utilizados somente dobras no papel.

No começo, o papel era muito caro e, portanto, somente as classes mais nobres e os monges que podiam ter acesso aos papéis, fazendo dos origamis verdadeiras obras de arte utilizadas em cerimônias religiosas e festivas. Por volta do século XVII o papel tornou-se abundante, várias formas foram criadas passadas de geração a geração. No começo houve a mistura de origami com "Kirigami" (arte de formar figuras através de recortes de papéis), porém os sacerdotes xintoístas passaram a pregar regras rígidas na construção dos origamis não permitindo a cola e o recorte. (Freitas, 2013).

O origami ficou ainda mais conhecido com a lenda do pássaro grou - japonês, “Tsuru” ou “cegonha” no Brasil (Figura 1), que é uma ave considerada sagrada, associado à prosperidade, felicidade, saúde e vida longa. A lenda dizia que o pássaro viveria mil anos e qualquer pessoa que dobrasse mil pássaros de papel teria seu desejo atendido. Com isso o Tsuru tornou-se o símbolo do origami.

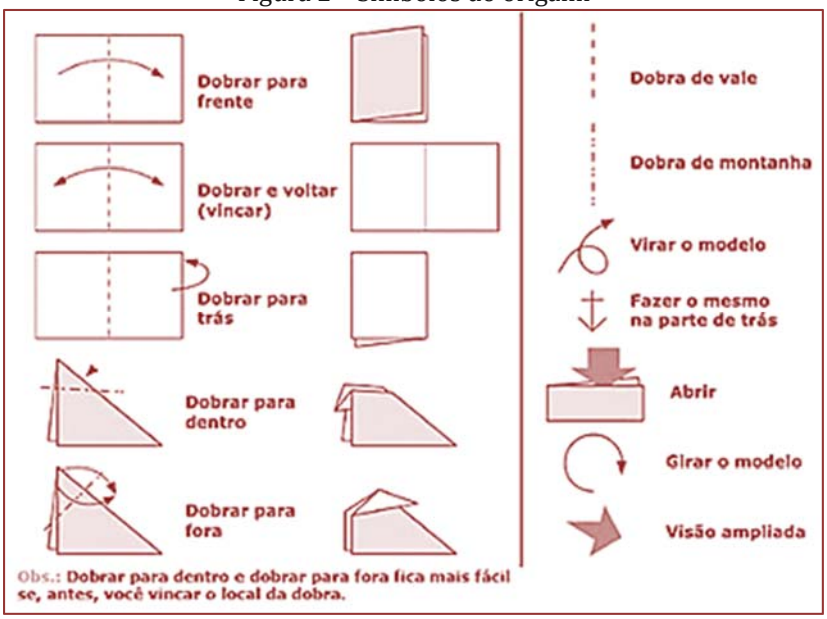
Figura 1 – Tsuru

Fonte: (Ibraim, Silva, 2011)

No Brasil o origami foi introduzido pelos colonizadores portugueses, pelos imigrantes japoneses e também pelos argentinos que tiveram sua cultura influenciada pelos colonizadores espanhóis.

Para a construção de figuras e objetos utilizando o origami são necessários seguir algumas instruções. Vários símbolos são utilizados conforme podemos observar na Figura 2, podendo ser interpretado no mundo inteiro, como uma linguagem universal.

Figura 2 – Símbolos do origami



Fonte: http://oficinadoorigami.blogspot.com/2011/03/simbolos-do-diagrama.html. Acesso em: abril/2019.

Com esses símbolos foi possível espalhar a arte do origami ao redor do mundo. Segundo Lang (2003) hoje em dia existem muitos modelos e sobre esses modelos ele afirma que:

> A maioria destes milhares de modelos tem uma característica em comum: Praticamente todos eles foram criados nos últimos 50 anos. Deste modo, origami pode ser encarado como uma arte milenar e nova ao mesmo tempo. Sua juventude é de certo modo surpreendente. Afinal, dobradura em papel tem sido considerada uma forma de arte há 15 séculos. É, portanto, antiga. O que não se poderia esperar é que 98 por cento do seu conteúdo fosse criado nos últimos 2 por cento do tempo de sua existência. (Lang, 2003, p. 3).

Dentre estes milhares de modelos podemos dizer que existem alguns modelos simples formados por duas ou três dobras como também existem modelos bem complexos que exigem muitas horas de dobraduras.

3. O ORIGAMI COMO RECURSO DIDÁTICO

Vários estudiosos e pesquisadores já concluíram que o brinquedo, o lúdico, favorece o aprendizado conforme Pedroso afirma:

> "...Quando a criança brinca (e o adulto não interfere) muitas coisas sérias acontecem. Quando ela mergulha em sua atividade lúdica, organiza-se todo o seu ser em função da sua ação. O interesse provoca o fenômeno, reúnem-se potencialidades num exercício mágico e prazeroso. E quanto mais a criança mergulha, mais estará exercitando sua capacidade de concentrar a atenção de descobrir, de criar e, especialmente de permanecer em atividade. É a aprendizagem pelo sentir, e não para obter determinado resultado ou para possuir alguma coisa. A criança estará aprendendo a engajar-se seriamente, gratuitamente, pela atividade em si. Estão sendo cultivadas aí, qualidades raras e fundamentais tais como a autonomia e socialização....".(Pedroso et al., 2019, p. 18)

Com as várias possibilidades de se criar com os origamis, a criança tem com o papel, a possibilidade de construir os seus brinquedos desenvolvendo a capacidade criativa e as habilidades convergentes para isso. Assim de acordo com os seus desejos e suas histórias de brincar, a criança se torna autônoma do seu processo de aprendizado pelo lúdico utilizando as experimentações, deduções e argumentações com o papel e as suas manobras para se conseguir o objeto do desejo.

O alemão Friedrich Froebel foi o primeiro a utilizar o origami (dobradura) como método pedagógico com crianças no jardim de infância. No Brasil Carlos Genova foi um dos primeiros origamistas do país. Nascido em 1950, vem utilizando o origami em propostas pedagógicas desde 2004, principalmente no ensino de geometria. Em seu livro Origami: dobras, contas e encantos, afirmou que:

> O origami é uma forma de expressão. Quem manipula o papel abre uma porta de comunicação com o outro. Dobrar papéis valoriza o movimento das mãos, estimula as articulações e estimula o cérebro. (Genova, 2008, p.14).

Pimenta (2015) em seu artigo diz que "o origami não é visto apenas como uma "arte de dobrar papel", mas sim como um objeto de aprendizagem contido de um corpo axiomático com embasamento matemático, a fim de assegurar um ensino significativo.", assim sendo os próprios símbolos apresentam conteúdos geométricos como simetrias, congruências, ângulos, razões, proporções, dentre outros fazendo com que o aluno perceba nos símbolos as dobraduras feitas concretizando os elementos e conceitos geométricos.

Corroborando com Pimenta, Rêgo, Rêgo e Gaudêncio (2003) afirmam que:

> O origami pode representar para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Arte. (Rêgo, Rêgo e Gaudêncio, 2003, p. 18).

O estudo da Geometria requer compreensão de conceitos abstratos que são obtidos pela construção em papel com instrumentos próprios como réguas e compasso para assimilá-los sendo necessário o pensamento dedutivo. Assim as construções dos origamis são facilitadores para o entendimento da Geometria utilizando o pensamento dedutivo percebível pelas construções tridimensionais.

A construção dos origamis desenvolve a observação, análise, raciocínio argumentativo bem como as habilidades relacionadas à criatividade gerando no aluno o seu aprendizado. Compreendendo também que há necessidade de cumprir etapas, de disciplina, ordem e precisão para obtenção do produto final. Os origamis auxiliam a construção de aspectos cognitivos, afetivos e motores do aluno bem como os aspectos relacionados aos valores de respeito, integração, solidariedade e a diversidade na criatividade.

4. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Diante de todas as considerações anteriores, foi pensado em desenvolver um projeto que consistia em desenvolver os origamis em uma aula semanal nos 6° anos durante o segundo semestre, complementando assim, o Currículo do Estado de São Paulo. O projeto foi apresentado à gestão escolar com o objetivo idealizado pela área de exatas para contemplar habilidades que possam auxiliar os alunos nos conteúdos de matemática e arte, pensando também nas competências atitudinais de forma a evidenciar ao aluno a importância que a geometria tem e sua participação constante na vida do ser humano.

O projeto também contemplou as premissas da escola e os quatro pilares da Educação: aprender a ser: desenvolvimento de habilidades cognitivas; juntamente com o saber a fazer; e o aprender a conviver desenvolvendo as habilidades sociais. O aprender a ser ajudou os discentes a lidarem com suas emoções.

Na primeira aula foi apresentado slides sobre a história dos origamis e os diversos modelos. Os alunos ficaram deslumbrados com as peças apresentadas, que em seguida surgiram muitas perguntas, gerando um debate construtivo sobre o assunto e a vontade de construir um objeto.

Na segunda aula iniciamos o primeiro trabalho de origami modular: shuriken de oito (8) pontas mais conhecida como "estrela ninja de oito pontas" que quando aberta forma um octógono formado por oito paralelogramos que quando unidos à outra peça mostra um trapézio (figura 3). A construção foi realizada passo a passo com os alunos seguindo a orientação do professor. Os alunos utilizaram do protagonismo para auxiliar os colegas. Ao término, fizemos algumas perguntas, oralmente, para os alunos e os alunos questionaram algumas formas de polígonos apresentadas na peça.

Figura 3 - Peças construídas pelos alunos

Fonte: Autoras

Os alunos em seus cadernos fizeram as anotações necessárias para a sua compreensão (figura 4), sem regras, de acordo com as suas necessidades, desenvolvendo assim, a autonomia e raciocínio lógico dedutivo.

Figura 4 - Alunos do 6° ano construindo os origamis e fazendo as anotações

Fonte: Autoras

As aulas foram ministradas uma vez por semana com duração de uma hora e quarenta minutos e a cada semana um objeto novo foi construído. O 6° ano trabalhou a construção das figuras sem o uso de tesoura e cola, trabalhando conceitos como simetrias, diagonais, áreas, perímetro, volume, formas planas, vértices, arestas e faces que também foram abordados durante os comandos para a construção das peças.

Em uma das aulas foi construído os sólidos geométricos em forma de origamis modulares. Nessa aula, os alunos apresentaram mais dificuldades com os termos técnicos da geometria. Apesar disso a aula foi bem aceita pelos alunos e os mesmos compreenderam principalmente o conceito de volume.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observou-se com o desenvolvimento desse projeto que com a utilização dos origamis de maneira lúdica, divertida e prazerosa, os alunos conseguiram compreender através do tato e das percepções os conteúdos relacionados à Geometria bem como desenvolveram o seu raciocínio dedutivo, argumentativo e lógico, auxiliando na aprendizagem da Matemática e das demais disciplinas do currículo, fazendo com os alunos sintam prazer na descoberta dos conceitos e abstraindo de forma estimulante. Levando este conhecimento para a sua vivência e contextualizando com as situações do cotidiano contribuindo no desenvolvimento do seu projeto de vida.

Contatou-se que a partir da terceira aula, ou da segunda construção, alguns alunos já compreendiam os símbolos do origami e sabiam interpretá-los na linguagem matemática. Antes desse projeto a grande maioria dos alunos só conseguiam entender os termos mais comuns da geometria, que foram ensinados no ciclo 1 do ensino fundamental, como área e perímetro. Ao final do projeto, a grande maioria já compreendia muito bem o significado de simetria axial, rotacional e reflexiva.

AGRADECIMENTOS

Agradeço os meus colegas professores e orientadores dos Encontros da OBMEP na Escola que me incentivaram a trabalhar os origamis, com os alunos me mostrando que as atividades lúdicas fazem a diferença no processo de aprendizagem dos alunos.

Agradeço também a equipe de professores de Exatas da Escola Estadual Rudge Ramos que abraçou a ideia de desenvolver os origamis com os alunos do 6º anos do Ensino Fundamental fortalecendo os conceitos matemáticos e geométricos pela aprendizagem lúdica.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

[2] Freitas, Bruno Amaro. Os problemas clássicos da geometria: uma abordagem com o uso do Origami. 2013. 47f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

[3] Genova, Carlos. Origami: dobras, contos e encantos. São Paulo: Escrituras editoras, 2008.

[4] IBRAIM, Ester Souza Ribeiro e Silva, Tieli Caetano Paes. O Uso de Dobraduras e Origami no Ensino de Geometria Plana. 2011. 108f. (Trabalho de Conclusão de Curso). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campo dos Goytacazes, 2011.

[5] Lang, Robert J. Origami design secrets: mathematical methods for an ancient. Boca Raton: CRC Press. Taylor & Francis Group, 2003.

[6] Pedroso, Crislaine de Andrade et al. papel do brinquedo no desenvolvimento infantil. Disponível em: http://www.scelisul.com.br/cursos/graduacao/pd/artigo2.pdf .Acesso em: 19 mar 2019.

[7] Pimenta, Anita Lima e gazire, Eliane Sheid. A Geometria do Origami:uma abordagem dos poliedros platônicos no 6º ano do Ensino Fundamental. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, 7°, 2015, São João Del Rei. Anais. São João Del Rei, 2015.

[8] Rêgo, Rogeria Gaudencio, RÊGO, Romulo Marinho e gaudêncio, Severino Junior. A Geometria do Origami. João Pessoa: Editora Universitária, UFPB, 2003.

[9] Silva, A.; Martins, S. (2000, Out). Falar de matemática hoje é .... Millenium – Revista do ISPV: n. 20. Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/20_ect5.htm. Acesso em: 15 abr. 2019.

Capítulo 16

Dois modelos para o cálculo de distâncias: O uso da régua, do transferidor e do Geogebra

Luciana Santos da Silva Martino
Cristiane Oliveira de Faria

Resumo: A aplicação do conceito de distância em modelos astronômicos e da geometria esférica é o tema desse minicurso. O objetivo é o desenvolvimento de dois modelos para o cálculo da distância entre dois pontos, passando pelo uso de instrumentos como a régua e o compasso e do Geogebra. A exposição é feita de forma a ser possível a sua abordagem em aulas no Ensino Médio, e espera-se com isso o resgate de uma visão da Matemática como uma ciência viva e fortemente presente em nosso cotidiano.

Palavras-chave: Distância; modelos; trigonometria; geometria esférica

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata-se de uma proposta de minicurso, que aborda dois modelos de cálculo de distâncias, um com o objetivo de se determinar distâncias astronômicas a partir de conceitos de semelhança de triângulos e trigonometria, e outro que se utiliza do conceito de vetores para a determinação da distância entre duas cidades sobre a superfície da Terra.

Através do método de triangulação, um dos mais comuns na medição de distâncias entre pontos inacessíveis, Eratóstenes, em212$a.C.$, tornou-se a primeira pessoa a medir o raio da Terra, e Aristarco, combinando a trigonometria com um modelo simples dos céus, descrito com mais detalhes na próxima seção, empenhou-se em determinar a razão entre as distâncias da Tera ao Sol e da Terra à Lua. Bem mais tarde, com o desenvolvimento de novas geometrias, já no século XVIII, que nos compreendemos um arco de circunferência como a menor distância entre dois pontos na superfície de uma esfera.

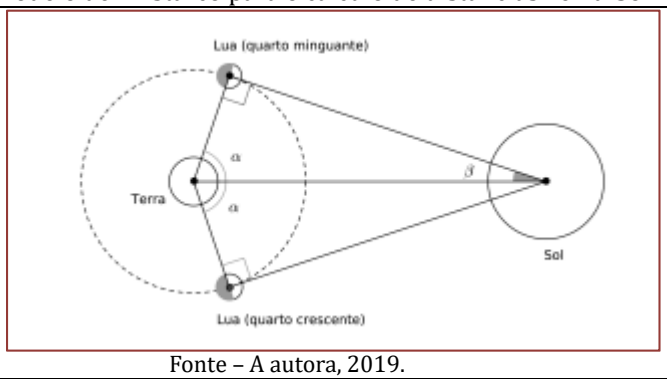
Propõe-se, com esse minicurso, uma discussão sobre o conceito de distância entre dois pontos no plano e na superfície de uma esfera, e desenvolver modelos para o cálculo dessas distâncias usando conteúdos matemáticos que possam permear a rotina escolar do Ensino Médio. O objetivo inicial é fazer uso de instrumentos de desenho, como a régua e o transferidor, a fim de melhor compreender que dificuldades podem estar presentes no processo de ensino-aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo, e, em um segundo momento, com o uso do *Geogebra*, explorar o conceito de distância na geometria esférica como o comprimento do menor arco de uma circunferência máxima nessa esfera, e desenvolver um modelo para o cálculo de distância entre duas cidades sobre a superfície da Terra.

2 DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS

Aristarco de Samos ($310a.C. - 230a.C.$), usando semelhança de triângulos, tinha como objetivo estimar a razão entre as distâncias Terra-Sol e Terra-Lua, a fim de determinar o quanto o Sol estaria mais distante da Terra que a Lua, (ÁVILA, 1982). De acordo com o seu modelo, nas posições da Lua em suas fases crescente ou minguante o triângulo Terra-Lua-Sol é retângulo, com ângulo reto no vértice ocupado pela Lua.

Para o cálculo do ânguloαAristarco observou que, dentro de um ciclo lunar de29,5dias, a passagem de minguante para crescente durava14,25dias. Assim, de acordo com a Figura 1, temos$\frac{360°}{29,5} = \frac{2\alpha}{14,25}$, com$\alpha = 86,95°$.

Figura 1 – Modelo de Aristarco para o cálculo de distâncias Terra-Sol-Lua



Fonte – A autora, 2019.

Com isso podemos então determinar a razão$\frac{TS}{TL}$, usando a razão trigonométrica$\frac{TS}{TL} = sec(87°) \approx 19,107$. Dessa maneira Aristarco teria encontrado$TS \approx 19,107TL$. Propomos a reconstrução desse modelo astronômico de cálculo de distâncias, inicialmente através do conceito de semelhança de triângulos e em seguida, tendo em vista a impossibilidade prática de se trabalhar com desenhos de ângulos tão pequenos, justificar o uso das razões trigonométricas.

2.1 A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NO CÁLCULO DE DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS

a) Usando a régua e o transferidor, construir um triângulo TLS semelhante ao triângulo Terra-Lua-Sol do modelo de Aristarco, considerando $\alpha = 87°$e $\beta = 3°$;

b) Determinar as medidas dos lados TS e TL do triângulo que você construiu e

estimar a razão entre essas medidas, $\frac{TS}{TL}$;

c) Sabe-se hoje entretanto, que o valor do ângulo α está próximo de 89,86°. Refaça a estimativa feita por Aristarco, e por você no item anterior, dessa vez usando conceitos de Trigonometria no Triângulo Retângulo;

d) Determine a taxa de variação média entre os resultados obtidos nos item b e c anteriores.

Com um modelo simples, Aristarco errou por ter estimado a medida do ângulo α com uma diferença de menos de3°. Da sua estimativa,$TS = 19{,}107TL$, para a estimativa atual,$TS \approx 409{,}26TL$, verifica-se a taxa de variação média da razão$\frac{TS}{TL}$de136,42por grau de variação do ânguloα, ou ainda, um aumento percentual de 2.041% na estimativa obtida. O destaque é ser a fonte do erro da estimativa o processo de medição do ângulo α , e não o modelo em si.

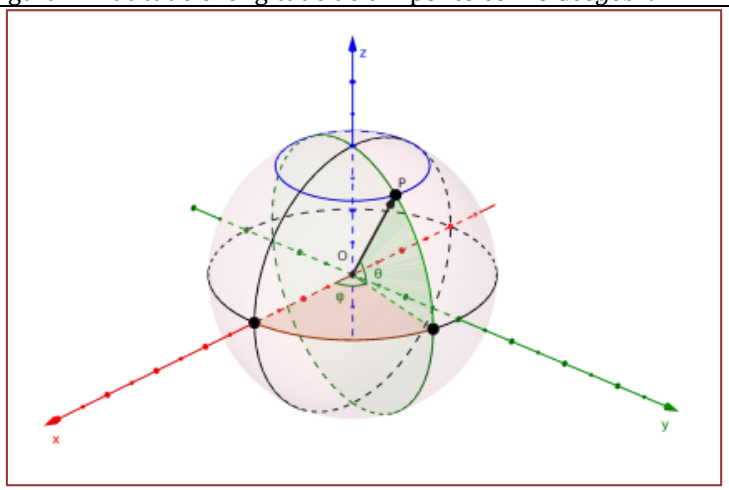
3 A GEOMETRIA ESFÉRICA E UM MODELO PARA O CÁLCULO DA DISTÂNCIA ENTRE DUAS CIDADES

Sendo a distância entre dois pontos o menor comprimento das trajetórias que os unem, propomos, com as atividades a seguir, uma reflexão a respeito do conceito de distância sobre a superfície de uma esfera, a partir de sua aplicação na determinação da distância entre duas cidades. O objetivo é determinar que arco de circunferência determina essa menor trajetória, e traçamos o caminho para o seu alcance através de três atividades iniciais onde busca-se apontar as diferenças na determinação desse arco de menor comprimento, dependendo da localização geográfica das cidades.

As atividades a seguir têm como propósito apontar as particularidades em se determinar a medida do ângulo entre as cidades$A$eB, para os casos de estarem situadas sobre um mesmo meriano, sobre a linha do Equador, sobre um mesmo paralelo que não seja a linha do Equador, e em qualquer posição sobre a superfície terrestre. No que segue dever-se-á utilizar o aplicativo *Google Earth* e/ou um planisfério a fim de se obter os dados necessários para a realização das atividades.

Em todas as atividades será usada a relação entre o comprimento,l, e a medida (em radianos) de um arco,α, de circunferência de raio,r,$l = \alpha r$. Antes, entretanto, a fim de explorarem os conceitos de latitude e longitude, os participantes serão orientados a desenvolverem a construção da Figura 2 com o *Geogebra*.

Figura 2 – latitude e longitude de um ponto com o *Geogebra*



Fonte – A autora, 2019.

3.1 Distância entre duas cidades situadas a uma mesma longitude, sobre o mesmo meridiano

a) Escolha duas cidades situadas aproximadamente no mesmo meridiano, não admitindo variação maior que2°em suas longitudes e registre suas coordenadas geográficas;

b) Assumindo o raio da Terra com6.400km, determine a distância entre elas.

c) Usando a ferramenta *régua* do *Google Earth* verifique a distância entre as duas cidades escolhidas por você e determine a porcentagem de erro entre o seu resultado e a distância indicada pelo *Google*.

3.2 DISTÂNCIA ENTRE DUAS CIDADES SITUADAS SOBRE O EQUADOR

a) Escolha duas cidades sobre o Equador, ou muito próximas dele, com baixíssimas latitudes, não admitindo variação maior que$2°$nesta coordenada, e registre suas coordenadas geográficas;

b) Repetir os itens b e c da atividade em 3.1.

3.3 DISTÂNCIA ENTRE DUAS CIDADES SITUADAS SOBRE UM MESMO PARALELO

a) Escolha duas cidades situadas aproximadamente no mesmo paralelo, não admitindo variação maior que$2°$em suas latitudes, e registre suas coordenadas geográficas;

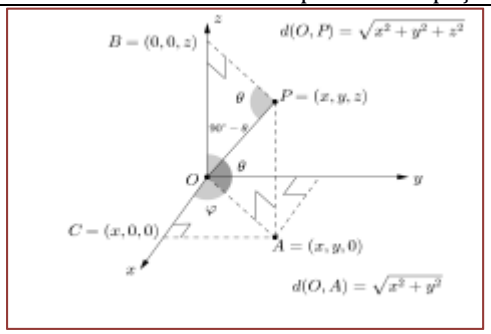
b) Tendo em vista as coordenadas geográficas das cidades escolhidas determine o comprimento do menor arco de paralelo sobre o quais estão situadas essas cidades.

c) Encontre a distância entre essas duas cidades utilizando a ferramenta *régua* do *Google Earth* e registre esse valor;

d) O comprimento encontrado no item b representa a distância entre as duas cidades que você escolheu? Justifique.

Com o uso da Geometria Analítica de Descartes, um pouco de trigonometria no triângulo retângulo e álgebra de vetores mostraremos ser possível determinar a distância entre duas cidades$A$eBsobre a superfície da Terra sabendo-se o ângulo$A\hat{O}B$, sendo$O$o centro da Terra, (ALVES, 2009). Para isso vamos estabelecer a relação entre as coordenadas geográficas e as coordenadas cartesianas com origem$O$no centro da Terra, o eixo positivo apontando na direção do polo norte, o planoOxysendo o plano do Equador com o eixoOxpositivo cortando o meridiano de *Greenwich* e o eixoOypositivo cortando o meridiano de longitude . Dado um ponto do espaço,$P = (x, y, z)$, sejamθeϕos ângulos assinalados na Figura 3.

Figura 3 – coordenadas de um ponto no espaço



Fonte – A autora, 2019.

Quando se está sobre a superfície terrestre os ângulosθeϕcorrespondem à latitude e longitude do ponto . A diferença entre$OP = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$e o raio da Terra,$R_T$, é chamada de *elevação* ou *altitude* de P.

Nessa notação atribuímos aθum único valor entre$0°$e$90°$quando $z > 0$ (latitude de$P$:$\theta°N$) e um único valor entre$-90°$e$0°$quando $z < 0$ (latitude de$P$:$-\theta°S$). Da mesma forma definimos um único valor para ϕ entre$0°$e$180°$quando$y > 0$(longitude de$P$:$\phi°E$) e um único valor entre$-180°$e$0°$ quando$y < 0$(longitude de$P$:$-\phi°W$).

Conhecendo-se as coordenadas cartesianas de um ponto sobre a superfície da Terra, ou com determinada altitude sobre ela, podemos determinar suas coordenadas geográficas , através das expressões:

$$\theta = arcsen\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$
$$\phi = arcsen\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} e \phi = arccos\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
$$altitude = \sqrt{x^2+y^2+z^2} - R_T$$

Neste trabalho estamos considerando pontos sobre a superfície da Terra, com altitude zero, sendo$\sqrt{x^2+y^2+z^2} = R_T$. E inverteremos o processo acima para que, conhecendo-se a latitudeθe a longitudeφde uma cidade, possamos determinar suas coordenadas cartesianas . Temos portanto:

$$x = R_T cos\theta cos\phi$$
$$y = R_T cos\theta sen\phi$$
$$z = R_T sen\phi$$

Sejam agora duas cidades, representadas pelos pontos$A$eB, das quais conhecemos as coordenadas geográficas$(\theta_A, \phi_A, 0)$e$(\theta_B, \phi_B, 0)$e com as quais determinamos suas coordenadas cartesianas$(x_A, y_A, 0)$e$(x_B, y_B, 0)$. Representemos o centro da Terra pelo ponto$O$e os vetores posição das cidades$A$eBpelos vetores$\overrightarrow{OA}$e$\overrightarrow{OB}$. Dessa forma, sabendo-se a medida, em radianos, do ângulo$A\hat{O}B$podemos calcular a distância entre as cidades$A$eB, determinada. pelo comprimento do arco da circunferência máxima que as une através da relação $l = \alpha r$.

3.4 DISTÂNCIA ENTRE DUAS CIDADES QUAISQUER

a) Escolha duas cidades quaisquer e registre suas coordenadas geográficas;

b) Assumindo o raio da Terra com$6.400km$, determine as coordenadas cartesianas

das cidades escolhidas por você;

c) De acordo com os conceitos desenvolvidos anteriormente, determine a distância entre essas cidades;

d) Usando a ferramenta *régua* do *Google Earth* verifique a distância entre as duas cidades escolhidas por você e determine a porcentagem de erro entre o seu resultado e a distância indicada pelo *Google*.

Com essas atividades pretendemos destacar como a modelagem matemática se mostra eficiente quando, como orienta Bassanezi (2009), na tentativa de obter um modelo de educação mais integrado com o mundo, buscamos a utilização de instrumentos matemáticos relacionados a outras áreas do conhecimento humano. A ideia é provocar uma reflexão a respeito de nossa prática docente e mostrar que é possível construir novos caminhos para a educação matemática.

REFERÊNCIAS

[1] Alves, Sérgio. A Geometria do Globo Terrestre. In: Programa de Iniciação Científica Obmep, n.6, p. 1-18, 2009.

[2] Ávila, geraldo. A Geometria e as Distâncias Astronômicas. In: Revista do Professor de Matemática, n.1, p. 39-46, 1982.

[3] Bassanezi, Rodney Carlos. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. Editora Contexto, São Paulo, 2009.

Capítulo 17

O ensino de Trigonometria e a Metodologia de Resolução de Problemas: Uma abordagem social

Rudinei Alves dos Santos
Adriana Oliveira dos Santos Siqueira
Vanessa Pires Santos Maduro
Verônica Solimar dos Santos

Resumo: O presente trabalho aborda o relato de experiência realizada com alunos da segunda série do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Pará – IFPA/Campus Santarém, na disciplina Matemática. Apresentando como principal objetivo explicitar a importância de abordar o ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo, através de situação-problema que possibilite a reflexão do aluno acerca do tema, em seu contexto social, á luz da metodologia de Resolução de Problemas que se configura como uma aliada capaz de potencializar a capacidade do aluno em inferir sobre a atividade aplicada. Essa estratégia de ensino demonstrou ser propícia para provocar nos sujeitos envolvidos reflexões que vão além do simples resultado alcançado, mas que lhe permite avaliar o processo que o conduziu as suas respostas. Assim, firma-se como um caminho viável para abordagem do tema, pois o conecta a uma atividade inserida no contexto escolar/social.

Palavras-chave: Ensino; Resolução de Problema; Situação-Problema; Trigonometria.

1. INTRODUÇÃO

Quando paramos para avaliar nossa prática percebemos que cotidianamente replicamos atividades que, por vezes, não despertam no aluno o interesse pela Matemática, pois são permeadas de situações problemas desconectadas da realidade ou que não são capazes de desafiar e gerar reflexões acerca do conteúdo abordado e suas possíveis aplicações no mundo e na sociedade em que vivemos.
É fato que alguns tópicos da matriz curricular de Matemática são de difícil ou complexa aplicação imediata, no entanto isso não minimiza a relevância do seu estudo. Nesse sentido, é necessário esclarecer que não se deseja associar a importância da disciplina Matemática ao conjunto de aplicações que por ventura podem ocorrer. Por outro lado, deseja-se destacar que existem tópicos que podem e devem ser apresentados em contextos que poderão contribuir para o melhor entendimento do aluno.
O ensino das Razões Trigonométricas no Triângulo retângulo apresenta-se, simultaneamente, como um desafio para os professores de Matemática e como parte do grupo de conteúdos que possuem grande potencial de serem contextualizados e, assim, poderem contribuir com o desenvolvimento da capacidade investigativa do aluno. Uma vez que pode ser inserido em situações-problema desafiadoras que o motivem e o conduza às reflexões acerca do próprio conteúdo e do meio em que vive.
Este artigo apresenta-se para expor um relato de experiência que aborda trigonometria através da metodologia de resolução de problemas, considerada uma das principais premissas da disciplina matemática que possibilita aos alunos aplicarem os conhecimentos adquiridos e se envolverem emocionalmente na busca de soluções para determinada situação (Krulik & Reis 2005).

Essa metodologia vai além da apresentação teórica do conteúdo, exemplificações e exercícios de memorização, que não oportunizam a reflexão sobre as possíveis aplicabilidades do assunto estudado. Como ressalta Schoenfeld (1997), afirmando que a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance, além de ser propicio à integração de conhecimentos.

2. CAMPO DA AÇÃO

A experiência relatada ocorreu no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) Campus Santarém, uma das 18 unidades do IFPA que compõe a Rede Federal de Educação Profissional. O Campus Santarém foi criado pela Portaria Nº 4 de 06 de janeiro de 2009, realizando seu primeiro processo seletivo em 28 de fevereiro de 2010 em que foram ofertados os cursos técnicos integrados de Técnico em Aquicultura, Técnico em Pesca, Técnico em Saneamento, Técnico em Edificações, Técnico em Mineração, Técnico em Informática, Técnico em Agropecuária e Técnico em Informática/PROEJA. Na forma subsequente foram ofertados os cursos Técnico em Guia de Turismo, Técnico em Informática, Técnico em Saneamento, Técnico em Edificações, Técnico em Mineração, Técnico em Agropecuária, sendo oferecidas 530 vagas.
Atualmente o referido Campus atende 1.265 alunos, segundo dados da Plataforma Nilo Peçanha (BRASIL, 2019), distribuídos em cursos técnicos, superiores e de pós-graduação lato sensu. Os cursos técnicos ofertados na forma integrada, para alunos egressos do ensino fundamental que desejam fazer o ensino médio integrado com a educação profissional, são: Técnico em Agropecuária, Técnico em Edificações e Técnico em Informática.

O Campus Santarém está localizado na mesorregião do Baixo Amazonas, no Estado do Pará. É a terceira maior em população no Estado, com 302.667 habitantes, conforme estimativa do IBGE (IBGE, 2018). A cidade se constitui como o principal centro urbano e comercial da região, que é composta por catorze municípios, totalizando 736.817 habitantes.
Os indicadores educacionais apontam bons resultados dos Institutos Federais na oferta de uma educação de qualidade. Esses resultados são decorrentes da soma de diversos fatores – como valor diferenciado no investimento por aluno, professores com formação *stricto sensu*, condições de trabalho diferenciado, incentivo à articulação entre o ensino, pesquisa e extensão e das práticas inovadoras desenvolvidas pelos professores – destaca-se a relevância dessa Instituição de ensino que oportuniza uma educação gratuita e de qualidade para a população da região onde está inserida.

2.1. METODOLOGIA DA AÇÃO

A atividade foi desenvolvida junto a uma turma de 2ª série do Curso de Informática Integrada ao Ensino Médio. Estão lotados nessa turma 29 alunos, com faixa etária de 15 anos a 21 anos e para desenvolver essa atividade foram utilizadas quatro aulas de 50 minutos.

Durante o bimestre as atividades foram desenvolvidas buscando preparar a turma para a atividade de culminância. Para tanto, todas as atividades propostas no bimestre, abordavam situações problemas em contextos reais ou fictícios que buscavam envolver o conteúdo abordado e despertar o interesse pelo tema. Além disso, em todas as atividades, antes da resolução propriamente dita com aplicação das razões trigonométricas e os cálculos devidos, o aluno deveria descrever o passa-a-passo da resolução de cada questão proposta. Desta forma, o aluno obrigava-se a refletir sobre o problema e o professor era capaz de orientar sobre o raciocínio e estratégia de resolução do aluno. Nesse sentido, D'Ambrosio (1989) afirma:

> [...] a resolução, de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações problemas caracterizadas por investigação e exploração de novos conceitos. Essa proposta, mais atual, visa a construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade matemática. Através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 3).

Na atividade proposta, com o intuito de melhor organizá-la e assim poder dar mais atenção aos envolvidos, distribuímos a turma em sete grupos, com quatro ou cinco alunos. Em cada um dos grupos, propomos escolherem: um coordenador, um secretário e um comunicador. O coordenador é responsável por estimular os membros a participarem da atividade, além de zelar para que o secretário acompanhe as discussões e realize as devidas anotações. O secretário é responsável por anotar corretamente as observações realizadas pelo grupo e, ao final da atividade, ler as anotações aos demais membros. Já o comunicador deve apresentar oralmente à turma os resultados obtidos durante o desenvolvimento da atividade em grupo.

Para essa atividade foram elaboradas duas questões. Ambas tinham como assunto motivador a Norma Brasileira n° 9.050 de 2004 da ABNT e da Lei Municipal de Santarém/Pará n° 20.362 de 13 de março de 2018 que instituiu a obrigatoriedade de rampas em estabelecimentos públicos e privados para viabilizar o acesso de pessoas com deficiência e mobilidade reduzida.

A primeira questão (anexo 1), questiona sobre a inclinação da rampa de acesso às salas de aula do IFPA/Santarém (Imagens 1 a seguir). Nessa questão o aluno é estimulado a criar em grupo estratégia para resolução da situação problema. Também precisa fazer uso de instrumentos de medidas e verificar se atende à norma técnica explicitada no contexto da questão, além de ancorado no conhecimento científico, abordado em sala de aula, determinar o ângulo de inclinação da rampa, uma vez que a norma técnica apresenta essa inclinação por meio de uma taxa percentual.

A segunda questão elaborada solicita ao grupo de alunos proposta de intervenção, através do planejamento de uma rampa que deve dar acesso ao bloco administrativo do IFPA/Santarém (Imagem 2 a seguir). Nessa proposta, o grupo precisa levar em consideração o conhecimento científico abordado em sala e a Norma técnica apresentada na questão, além de ter que recorrer a instrumentos de medidas que possibilitem extrair a medidas necessárias para o planejamento.

Imagem 1: Rampa de Acesso

Imagem 2: Bloco Administrativo

No dia da atividade foram entregues aos grupos a questão impressa e formulário para resolução da atividade. Colocou-se à disposição dos grupos: 3 trenas de 30 metros, 4 trenas de 5 metros, Níveis de mão. Além disso, os alunos utilizaram calculadora de seus celulares e tabela de ângulos. Ainda em sala de aula, os grupos traçaram estratégia para resolução da atividade proposta. Em seguida, listaram o material necessário para execução da estratégia. Só então foram direcionados ao local de execução.
No local determinado na situação problema iniciaram a tomada de medidas (Imagens 3 e 4). Nesse momento, muitas dúvidas e lacunas em suas estratégias surgiram e foram discutidas e dirimidas com orientação do professor. Percebemos que utilizar os instrumentos e fazer as leituras devidas apresentou-se como obstáculos na execução. Foram destinadas ao planejamento da estratégia e tomadas de medidas duas horas aulas de 50 minutos.

Imagem 3: Medição da rampa

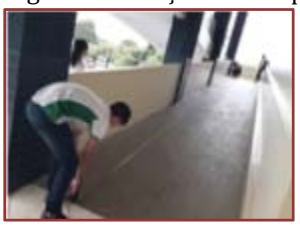


Imagem 4: Medição da Altura

A partir da terceira aula, os alunos retornaram a sala de posse das informações coletadas e iniciaram discussão para resolução da situação proposta e apresentação à turma através de esboços, cálculos realizados e descritos passo a passo na ficha de resolução. Nessa etapa, os grupos se voltaram a Norma técnica, a Lei Municipal e as razões trigonométricas.

Os grupos que exploraram a situação problema que visava calcular a inclinação da rampa apresentaram dificuldade em determinar o ângulo de inclinação, pois como a Norma Técnica apresenta a inclinação como uma taxa percentual alguns grupos tentaram estabelecer uma relação de proporcionalidade entre a taxa percentual e o ângulo de inclinação. Apesar do tempo destinado a esse debate os alunos conseguiram, com orientação do professor e alguns contraexemplos, mudar de estratégia e repensar sobre a tangente do ângulo. Esse momento foi enriquecedor, uma vez que levantou dúvidas e conduziu os alunos a reverem conceitos prévios, como regra de três.

Os grupos que ficaram com a segunda atividade levaram mais tempo para idealizarem uma estratégia, pois a atividade solicitava o planejamento de uma rampa de acesso. Nas discussões, além da Norma, Lei e Conhecimento Científico, também, debateram sobre a estética e como a construção de uma rampa poderia descaracterizar ou gerar uma poluição visual no Campus. Após os debates, foram realizar as medições necessárias e também apresentaram dificuldades relacionadas ao manuseio e leitura dos instrumentos de medidas.

Ao retornarem a sala desenvolveram a atividade utilizando um passo a passo de suas propostas com os cálculos e esboços elaborados a partir das informações coletadas na etapa anterior. Como nessa atividade que propunham construir uma rampa de acesso, os grupos partiram do conceito de tangente. Desta forma, não apresentaram a dificuldade encontrada nos grupos que resolveram a situação anterior. Sendo que calcular a taxa de inclinação como apresentado na Norma aconteceu, praticamente, simultaneamente. Assim, a norma obrigava o grupo a repensar o ângulo de inclinação e refazer os cálculos. Esse fato levantou bastante discussão e reflexões sobre os conceitos envolvidos.

Ávila (1995, p. 27) afirma que “a Resolução de Problemas enquanto metodologia deve se preocupar mais com o processo do que com a solução do problema”. Então, para evidenciar o processo, após conclusão das anotações os comunicadores de cada grupo tiveram de dez minutos para apresentarem seus resultados e suas impressões positivas e negativas sobre o desenvolvimento da atividade. Destacou-se na socialização dos comunicadores a dedicação e empenho dos grupos em resolver a atividade e como se sentiram motivados em estudar a Matemática, pois conseguiram usar o que havia sido apresentado em sala em um contexto real.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação desta atividade objetivou proporcionar experiências reais de ensino envolvendo os conceitos trigonométricos. Dentre os resultados obtidos, destacamos os pontos da avaliação docente e o ponto de vista do aluno.

Durante a etapa de medição, observamos que os alunos apresentam dificuldade em utilizar os instrumentos de medidas disponíveis, tais como o próprio manuseio do instrumento e leitura dos dados colhidos.

Ao avaliar a formulário de resolução percebemos que os alunos não compreenderam alguns conceitos básicos em trigonometria. Dentre outros, destaca-se o fato de medirem o comprimento da rampa e no formulário representarem como o valor da variação horizontal. Nesse caso, o comprimento da rampa é a hipotenusa do triângulo retângulo formado pela rampa, variação horizontal e variação vertical. Ademais, os conceitos de horizontal e vertical ainda não estão bem definidos. Pais (2013), define essa dificuldade de aprendizagem como um obstáculo linguístico, e afirma que:

> Quando existe um obstáculo linguístico no plano cognitivo do aluno, enquanto não houver a ruptura, não haverá a expansão do conhecimento; por isso, o professor deve estar sempre vigilante para os desafios dessa passagem da vida cotidiana para os saberes escolares. (PAIS, 2013, p.79)

Esses obstáculos são mais evidentes quando partimos para atividade prática e, então, nos deparamos com conceitos e definições aprendidas de forma equivocada pelo aluno, o que dificulta a ancoragem de novos conhecimentos.

Na opinião dos alunos, a atividade elucidou a dificuldade em aplicar o conhecimento teórico na prática. Os exercícios teóricos apresentam questões bem delimitadas e de fácil percepção do problema envolvido. Na atividade prática os conhecimentos são mais abrangentes, a situação a ser resolvida é mais ampla e exige que o aluno pense e repense suas estratégias de resolução, sempre em discussão com a equipe de trabalho. Nesse sentido, na avaliação da aluna Joana (pseudônimo), a atividade *"Foi importante para a avaliação do conhecimento concreto a respeito do assunto apresentado na teoria. Foi um grande desafio que trouxe grande conhecimento"*.

Embora a maioria dos alunos tenham relatado a importância da atividade prática na aprendizagem, outros ainda preferem o modo tradicional, com provas, como avaliou o aluno Paulo (pseudônimo) "*Em relação a atividade proposta, apesar do exemplo que foi colocado, eu não consegui entender a proposta, e também não consegui aplicar os conhecimentos adquiridos ao longo do bimestre, acredito que as provas eram melhores".* Nesse caso, percebemos que alguns alunos estão acostumados a estudar os assuntos compartimentados, sem relação entre os conteúdos de uma mesma disciplina, e por isso, preferem o molde tradicional ao qual estão acostumados.

Diante do que foi exposto, percebemos que as atividades práticas que envolvam situações problemas reais desafiam nossos alunos a pensarem fora do contexto padrão delimitado pelo livro didático ou outras práticas tradicionais na sala de aula. Aqui fora, a realidade exige que o aluno tenha a percepção global do problema e trace estratégias para resolução. Com isso, verificamos a necessidade em aplicar na nossa prática diária experiências como essa para que processo de ensino-aprendizagem seja de fato significativo.

REFERÊNCIAS

[1] Ávila, G. Objetivos do Ensino da Matemática. São Paulo: SBM, 1995.

[2] Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Plataforma Nilo Peçanha 2019/Ano Base 2018. Disponível em: <https://www.plataformanilopecanha.org>. Acesso em 11 abr. 2019.

[3] D'Ambrosio, B. S. Com ensinar matemática hoje? *Temas e Debates*, Brasília, DF, ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989. Disponível em:<https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=988573>. Acesso em: 3 abr.2019.

[4] Deguire J.Linda, "Polya visita a sala de aula" In:KRULIK, Stephen; REYS Robert E.;traduzido por DOMINGUES, Hygino H.e Corbo Olga. A resolução de problemas na Matemática Escolar. 5ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

[5] Pais, Luiz Carlos. Ensinar e Aprender Matemática. Luiz Carlos Pais. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p.79.

[6] Schoenfeld, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: Krulik, S.; Reys, R. E. (Org). A resolução de problemas na matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997. p. 13-31.

ANEXO: 1

Curso: Informática Integrado ao Ensino Médio 2018 Data de aplicação:	Disciplina: Matemática
Aluno(a):	
Aluno(a):	
Aluno(a):	
Aluno(a):	

De acordo com a Norma Brasileira nº 9.050 de 2004, da Associação Brasileira de Normas Técnicas, uma pessoa com mobilidade reduzida é aquela que, temporariamente ou permanentemente, tem limitada a sua capacidade de se relacionar com o meio e de utilizá-lo. Entende-se por pessoa com mobilidade reduzida aquela com deficiência, a idosa, a obesa e a gestante, entre outras.
Para que todas as pessoas, deficientes ou não, possam frequentar os mesmos lugares e usufruir dos mesmos bens e serviços é necessária a implantação de meios que possibilitem o acesso de pessoas com restrição de mobilidade e com deficiência.
A substituição de degraus por rampas de baixa inclinação, a implantação de sinalização horizontal (piso tátil), vertical (sinalização em braile) e remoções de barreiras em geral são intervenções que facilitam o acesso de pessoas com mobilidade reduzida.
A Lei Municipal nº 20.362, de 13 de março de 2018, institui a obrigatoriedade, em estabelecimentos públicos e privados, do uso de rampas para viabilizar o acesso de pessoas com deficiência e demais mobilidade reduzida, de acordo com orientações da norma técnica já citada (nº 9050).
De acordo com a Norma Técnica, As rampas devem ter inclinação de, no máximo, 8,33%, onde:

$$\text{inclinação} = \frac{\text{variação vertical} * 100}{\text{variação horizontal}}$$

Considerando que o IFPA, Campus Santarém, possui 4 lances de rampas que dão acesso aos pisos superiores (como mostrado nas imagens 1 e 2, abaixo), e estes, de acordo com Parecer Técnico nº 626/2018-SPPEA/MPF, possuem inclinação elevada.

Imagem 1: Foto parcial do Campus do IFPA Santarém

Imagem 2: Foto de uma rampa N°1 do IFPA Santarém

QUESTÕES:

1) Elabore uma estratégia para calcular a inclinação da rampa nº 1.

2) Especifique os materiais necessários para a execução da estratégia da questão anterior.

3) Execute o planejamento (faça as medições necessárias).

4) Elabore um passo-a-passo detalhado com o que foi realizado pela equipe e apresente a inclinação calculada.

5) A inclinação da rampa n° 1 atende o exigido na norma técnica supracitada?

6) Qual o ângulo de inclinação da rampa n°1?

ANEXO: 2

Curso: Informática Integrado ao Ensino Médio 2018 Data de aplicação:	Disciplina: Matemática
Aluno(a):	
Aluno(a):	
Aluno(a):	
Aluno(a):	

De acordo com a Norma Brasileira nº 9.050 de 2004, da Associação Brasileira de Normas Técnicas, uma pessoa com mobilidade reduzida é aquela que, temporariamente ou permanentemente, tem limitada a sua capacidade de se relacionar com o meio e de utilizá-lo. Entende-se por pessoa com mobilidade reduzida aquela com deficiência, a idosa, a obesa e a gestante, entre outras.
Para que todas as pessoas, deficientes ou não, possam frequentar os mesmos lugares e usufruir dos mesmos bens e serviços é necessária a implantação de meios que possibilitem o acesso de pessoas com restrição de mobilidade e com deficiência.
A substituição de degraus por rampas de baixa inclinação, a implantação de sinalização horizontal (piso tátil), vertical (sinalização em braile) e remoções de barreiras em geral são intervenções que facilitam o acesso de pessoas com mobilidade reduzida.
A Lei Municipal nº 20.362, de 13 de março de 2018, institui a obrigatoriedade, em estabelecimentos públicos e privados, do uso de rampas para viabilizar o acesso de pessoas com deficiência e demais mobilidade reduzida, de acordo com orientações da norma técnica já citada (nº 9050). De acordo com a Norma Técnica, As rampas devem ter inclinação de, no máximo, 8,33%, onde:

$$\text{inclinação} = \frac{\text{variação vertical} * 100}{\text{variação horizontal}}$$

Considerando a necessidade de construção de uma rampa que dê acesso ao piso superior do bloco administrativo (mostrado na imagem abaixo) que respeite os instrumentos técnicos supracitados, apresente soluções para as questões a seguir.

Imagem: Foto do bloco administrativo do IFPA Santarém

1) Execute o planejamento (faça as medições necessárias) para propor o projeto da rampa.
2)Apresente, por meio de um esboço, o projeto para construção da rampa.
3)Especifique os materiais que utilizou para a execução dos itens anteriores.
4)Apresente de forma detalhada um passo-a-passo que seguiu para propor o projeto acima.
5)Mostre os cálculos matemáticos que precisou executar para propor o projeto da rampa.
6)Qual o ângulo de inclinação da rampa projetada?

Capítulo 18

Relato de experiência: O ensino de ângulos através da aprendizagem baseada em projetos

Ana Carolina Vila do Amaral
Gabriel Macicieski
Sophia Clíssia Alves Cardoso
Carolina Soares Bueno

Resumo: Este relato trata sobre a experiência vivida por três estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), em Joinville, ao elaborar um projeto de ensino e aplicá-lo em uma turma do oitavo ano de uma escola pública municipal. O tema escolhido para o projeto foi ângulos, em concordância com o planejamento da professora da turma e o período no qual ele seria executado, e a metodologia definida para a sua aplicação é a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP). Ao total, foram utilizadas oito aulas para a conclusão das atividades. Na busca da relação entre o conteúdo matemático e a aplicação do assunto fora do contexto escolar, além do desejo de despertar o interesse dos alunos para o tema, um estudo acerca dos diferentes tipos de relógios, em particular o relógio solar, foi feito.

Palavras-chave: Educação matemática, Aprendizagem baseada em projetos, Ângulos.

1. INTRODUÇÃO

A disciplina de Prática de Ensino de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina permite ao estudante ter um momento único durante a graduação, pois ela trabalha com uma das mais inovadoras formas de se enxergar o ensino e a aprendizagem na era atual, a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP).

Desde o início das aulas, é formado um grupo com no máximo três alunos, e cada grupo deve passar por três etapas fundamentais no decorrer da disciplina. A primeira etapa se trata da fase de planejamento do projeto, onde é escolhida a escola e a turma na qual o projeto será aplicado, seguida de um diálogo com a professora sobre os conteúdos que deverão ser trabalhados, momentos de *brainstorming,* além da busca de referenciais que possam apontar os possíveis caminhos a serem tomados e, finalmente, a elaboração de um projeto de ensino. A segunda etapa é a aplicação do projeto, que, neste caso, teve uma duração total de oito horas-aula, distribuídas uniformemente em quatro semanas, nas sextas-feiras. Durante o tempo de aplicação, os artefatos foram construídos e as aulas moldadas conforme o desenvolvimento da turma. A última etapa se trata exatamente do objetivo deste trabalho, que é o de relatar as experiências vivenciadas em sala de aula como forma de ter um olhar geral sobre o resultado do projeto. Em cada uma das etapas os professores foram orientados e avaliados cuidadosamente, para que pudessem prosseguir com as fases seguintes.

O livro Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI, de William N. Bender (2015) foi o principal referencial de todo o trabalho, servindo de norteador de como se trabalhar com um projeto de ABP. Os professores podiam estudar outras maneiras de aplicar o projeto, com a liberdade dada pelo próprio autor, já que a ABP tem uma essência, mas pode seguir diferentes caminhos.

O conteúdo contemplado nesse projeto foi o de ângulos, começando com as noções mais básicas sobre o assunto, passando pelas principais definições, pelas relações de oposição pelo vértice, até retas paralelas atravessadas por uma reta transversal. A turma na qual foi aplicado o projeto é do oitavo ano de uma escola pública municipal que possui apenas o ensino fundamental.

A importância em se trabalhar com ângulos na educação básica é devido a sua grande demanda na forma de viver em sociedade. De fato, a Geometria, como um todo, trabalha com conceitos e procedimentos que são imprescindíveis para a resolução de problemas no mundo físico e nas diversas áreas do conhecimento. Dessa forma, os diferentes conceitos e noções devem implicar no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e no pensamento hipotético-dedutivo, que pode ocorrer através de simples demonstrações. (Brasil, 2018)

Esse trabalho, portanto, objetiva relatar as experiências dos professores durante a aplicação do projeto. Tal projeto tem o objetivo de mostrar a grande relação entre as noções envolvidas no estudo dos ângulos com os relógios, objetos muito importantes desde tempos remotos na sociedade. Para isso, foi necessário introduzir os relógios aos alunos, descrever algumas definições e tópicos importantes dentro do conteúdo de ângulos e, por fim, resolver problemas em um dos relógios que envolvia a compreensão dos conceitos tratados sobre ângulos.

No decorrer deste relato será descrito brevemente o referencial utilizado para embasar as aulas e de que forma ele se aplica no projeto. Em seguida, serão apresentadas algumas considerações metodológicas, que explicam algumas das decisões envolvidas no planejamento do projeto e na preparação para a sua aplicação. Posteriormente, será tratado sobre a descrição das aulas, como elas ocorreram, a reação dos alunos a elas e alguns comentários reflexivos dos professores. Por fim, este relato finaliza-se com algumas considerações sobre as aulas, as experiências adquiridas pelos professores e suas dificuldades.

2.N REFERENCIAL TEÓRICO

O conhecimento matemático se faz necessário para todos os alunos da Educação Básica, devido à grande aplicação na sociedade contemporânea, e também pelas suas potencialidades para a formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. Para muitos, o saber matemático envolve raciocínios extremamente elaborados. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> [...] espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental. (Brasil, 2018, p. 263)

Entende-se que a principal intenção é de que os alunos, por meio da Matemática, desenvolvam sua capacidade de agir e pensar, e que atividades que exigem apenas a memorização de regras e a repetição de procedimentos não proporcionam espaço para a construção do conhecimento, além de não oferecerem ao aluno o poder de argumentação. Não se pode esperar que um aluno seja criativo, argumentativo e interpretativo, se a ele apenas forem possibilitadas tarefas que requerem repetição e memorização. Perez (2012) aponta que a maioria dos alunos encontra dificuldades para aprender os conceitos matemáticos e que poucos conseguem perceber a utilidade e aplicação do que aprenderam.

Para Souza (2011), as aulas seguem um roteiro, no qual o professor expõe o conteúdo e determina os sinais, os símbolos e as regras que os alunos deverão utilizar e, em seguida, propõe uma série de exercícios de fixação. Aos alunos, fica a tarefa de memorizar e aplicar nos exercícios as regras que lhe foram apresentadas. Em se tratando de Educação Matemática, esse tipo de ensino é carente de significado.

Dessa maneira, o trabalho do professor em sala de aula deve ser repensado. Ensinar Matemática envolve possibilitar que, a partir de situações que exigem investigação, interpretação e generalização, os alunos possam desenvolver estratégias e argumentação sobre elas. É na busca por solução para as situações propostas que os alunos tem a possibilidade de constituir e/ou aprimorar conhecimentos. Nesse momento, reconhecemos a importância do papel do professor nas tarefas que ele seleciona ou elabora para propor aos seus alunos e no encaminhamento dado às tarefas em sala de aula.

De acordo com Kampff et al. (2004), o fato de muitos professores enxergarem os conceitos matemáticos como objetos prontos é um dos maiores problemas na educação, pois eles não consideram que esses conceitos devem ser construídos pelos alunos. Assim, eles não tem a oportunidade de vivenciar dificuldades conceituais e superar obstáculos epistemológicos, como os matemáticos de certa forma o fizeram. Sobre o papel do professor, destacamos Nacarato, Mengali e Passos:

> Ele continua tendo papel central na aprendizagem do aluno, mas de forma a possibilitar que esses cenários sejam criados em sala de aula; é o professor quem cria as oportunidades para a aprendizagem – seja na escolha de atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, seja na gestão de sala de aula: nas perguntas interessantes que faz e mobilizam os alunos ao pensamento, à indagação; na postura investigativa que assume diante da imprevisibilidade sempre presente numa sala de aula; na ousadia de sair da "zona de conforto" e arriscar-se na "zona de risco". (Nacarato; Mengali; Passos, 2009, p. 35)

Segundo Gravina e Santarosa, apud Kampff et al. (2004), "a aprendizagem da Matemática depende de ações que caracterizam o 'fazer matemática': experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar". A partir do momento em que o aluno se vê como sujeito ativo explorador do conteúdo, a formalização e a concretização mental de conceitos passam a ser consequências do processo.

Na busca por metodologias que possam auxiliar o professor, a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) pode ser uma boa alternativa. Trata-se de uma metodologia com abordagem sistêmica, que envolve os alunos na aquisição de conhecimentos e competências e propicia uma aprendizagem inserida em questões e problemas do mundo real (Bender, 2015). Ainda segundo Bender (2015), podemos definir esta metodologia de ensino da seguinte maneira:

> A ABP pode ser definida pela utilização de projetos autênticos e realistas, baseados em uma questão, tarefa ou problema altamente motivador e envolvente, para ensinar conteúdos acadêmicos aos alunos no contexto do trabalho cooperativo para a resolução de problemas. (Bender, 2015, p. 15)

De acordo com Masson (2012), essa metodologia está associada às teorias construtivistas, nas quais o conhecimento não é absoluto, mas construído pelo estudante por meio de seu conhecimento pregresso e sua percepção global, dimensionando a necessidade de aprofundar, amplificar e integrar o conhecimento.

Ainda segundo Masson (2012), a ABP é uma nova metodologia que passa a exigir muito mais dedicação dos alunos e dos professores. Exige que o professor reflita sobre sua postura e sua atividade docente e passe do tradicional detentor do conhecimento para treinador de aprendizagem, enquanto que os alunos se tornam mais responsáveis pela sua própria aprendizagem, reconhecendo que o esforço pessoal acarreta em um conhecimento mais duradouro. Desta maneira, o aluno passa a desenvolver o papel de ator principal no processo de ensino e aprendizagem.

Reconhecendo que a Matemática da vida cotidiana do aluno deve estar relacionada com a Matemática escolar, destacamos o ensino de Geometria para a compreensão de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento.

A Geometria possibilita o desenvolvimento do senso espacial, potencializando a capacidade de comparar, classificar, identificar e descrever figuras geométricas. É rica em oportunidades para que se alcancem metas, como a de explorar, representar, construir, discutir, investigar, descobrir, descrever e perceber propriedades. E, ainda, a Geometria faz com que o aluno seja capaz de perceber a sua relação com o mundo que a cerca. Segundo a BNCC:

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nesta unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. (Brasil, 2018, p.269)

Os ângulos são um componente da Geometria e, observando cautelosamente, é possível vê-los em toda a parte. Neste projeto, utilizaremos como exemplo o relógio, pois os seus ponteiros formam um ângulo que varia com o tempo, podendo ser classificado como agudo, reto ou obtuso.

Para Jung (2008), ângulo é definido como a união de duas semirretas de mesma origem, um lugar geométrico, uma região entre duas semirretas. Assim, o estudo sobre este conteúdo deve ser explorado através de figuras e formas, desenvolvendo e estimulando no aluno a interdisciplinaridade e a contextualização, permitindo, assim, que ele descreva e represente o mundo em que vive (Gadotti, 2008). Segundo Moura e Lins (2013), o uso de materiais concretos e adaptados pode ser de grande importância para o ensino desses conceitos geométricos e para o processo de inclusão.

A metodologia da ABP permite aos alunos ter um maior contato com a realidade, na solução de problemas, extraindo da realidade as noções mais básicas sobre ângulos, dando significado a elas e facilitando assim a capacidade de abstração. Devido à forma que é concebida, a ABP proporciona algo que vai além da simples assimilação dos conteúdos, pois permite aos alunos ter um poder de escolha significativo, trabalhar em grupo, tomar decisões de forma autônoma ou grupal, momentos de reflexão e autoavaliação, contatos com outras áreas do conhecimento, obtenção de habilidades relacionadas às novas tecnologias, entre outros, que são capacidades fundamentais nos tempos em que vivemos.

As formas de encarar um projeto são muitas e dependem muito das condições dos alunos, dos professores e da escola. Os projetos podem variar em suas características, mas devem conter a essência de disponibilizar oportunidades de reflexão, de trabalho em equipe, de tomada de decisões, de participação ativa e de lidar com problemas realísticos (Bender, 2015).

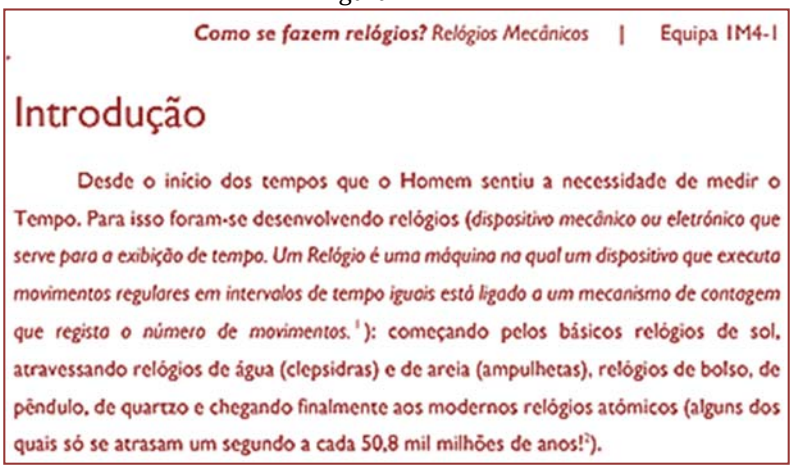
3. CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Este projeto foi aplicado em uma turma de 8º ano do período vespertino, na Escola Municipal Professor Avelino Marcante, na cidade de Joinville, Santa Catarina. Intitulado "O relógio e os seus ângulos", teve como objetivo o estudo de ângulos presentes nos diferentes tipos de relógios e as suas classificações. Para a sua aplicação, foram necessárias 8 aulas de matemática.

O início do projeto foi baseado no tipo de introdução apontada por Bender (2015), onde o professor traz, usando as nomenclaturas do autor, uma âncora e uma questão motriz. Tais questões possuem crucial importância, pois apontam como o projeto vai se desenrolar, qual o nível de liberdade que os alunos terão, em qual contexto trabalharão e com qual aprofundamento.

As âncoras são pequenas narrativas de uma página, um vídeo curto, trechos de jornais, que introduzem os alunos em um contexto de modo que eles sintam um certo interesse pelo tema. Foi feito uso de um trecho da introdução de um projeto intitulado por "Como se fazem os relógios?" da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), como mostra a Figura 1.

Figura 1



Como se fazem relógios? *Relógios Mecânicos* | Equipa 1M4-1

Introdução

Desde o início dos tempos que o Homem sentiu a necessidade de medir o Tempo. Para isso foram-se desenvolvendo relógios (*dispositivo mecânico ou eletrónico que serve para a exibição de tempo. Um Relógio é uma máquina na qual um dispositivo que executa movimentos regulares em intervalos de tempo iguais está ligado a um mecanismo de contagem que regista o número de movimentos.*[1]): começando pelos básicos relógios de sol, atravessando relógios de água (clepsidras) e de areia (ampulhetas), relógios de bolso, de pêndulo, de quartzo e chegando finalmente aos modernos relógios atómicos (alguns dos quais só se atrasam um segundo a cada 50,8 mil milhões de anos![2]).

Fonte: FEUP

A questão motriz presente na Figura 1 faz um delineamento e foca a atenção dos alunos no objeto principal do trabalho que é a compreensão das noções básicas sobre os ângulos e sua presença na realidade (Bender, 2015). Dessa maneira, apresentou-se aos alunos a pergunta "Quais são as formas que poderíamos medir a passagem do tempo, em específico no dia?".

Em seguida, foram apresentados a eles alguns tipos de relógios que existem de forma muito breve e então a turma foi separada em grupos de maneira que cada um ficasse com um tipo de relógio. Os relógios trabalhados foram os relógios de Sol, de água (clepsidras), de pêndulo, de quartzo e atômicos, que já são mencionados em um trecho da âncora. Os alunos foram orientados a anotar tudo que pesquisarem e descobrirem de interessante em um pequeno diário, recolhido após o fim do projeto como forma de avaliação individual. A pesquisa foi realizada no laboratório de informática e, divididos em duplas, os alunos selecionaram informações consideradas relevantes. Nesse meio tempo, os alunos fizeram perguntas aos professores, e esses os auxiliaram a encontrar *sites* e arquivos confiáveis para a pesquisa, além de questioná-los de forma que a busca deles não desviasse do propósito do projeto.

Com os trabalhos em grupo e a pesquisa, foi disponibilizado um importante espaço para as relações e para o trabalho com tecnologias. Segundo Bender (2015), essas são características fundamentais de um projeto de ensino baseado na ABP, sendo definitivas para uma classificação de um projeto como ABP. Bender (2015, p. 49) diz, acerca do trabalho em equipe, que se trata de "uma das mais importantes habilidades que qualquer jovem pode desenvolver" frente às novas demandas sociais e profissionais do nosso século, assim como o trabalho com tecnologias que se faz importante devido a estarmos constantemente rodeados por elas, seja para fins profissionais, de conforto ou até mesmo de necessidades particulares.

Com relação ao uso do diário, esse permite ao professor uma avaliação contínua e qualitativa, além de focar menos nos processos formais de escrita e resolução, e mais nas tentativas, na reflexão e na criatividade. Por isso que, com esse projeto, pretendeu-se focar em diversos tipos de avaliação, levando em conta o trabalho individual contínuo, o resultado e os trabalhos em grupo (Bender, 2015).

No segundo dia de aplicação do Projeto os alunos falaram rapidamente para toda a sala, em formato de apresentação simples, o que cada grupo encontrou nas suas pesquisas sobre os tipos de relógios. Nesse momento foi importante que os professores soubessem guiar as apresentações de forma organizada e que incitassem os alunos a participarem das apresentações dos outros grupos, sem que perdessem o foco do Projeto, a fim de proporcionar uma correlação sequencial com o conteúdo de ângulos que seria abordado.

Após as apresentações, os professores introduziram os conceitos sobre ângulos, como a definição, as classificações e nomenclaturas, e fizeram a relação com a âncora do Projeto, mostrando as aplicações dos ângulos nos relógios de Sol. Na aula seguinte, foi terminado o conteúdo e então proposta uma lista de atividades, que abordaram o assunto passado na aula.

No último dia da aplicação do projeto, a turma do 8º ano foi dividida em três grupos, e cada grupo ficou com um professor. Cada um dos professores confeccionou um relógio de Sol e, para o seu grupo, explicou o funcionamento do mesmo e a importância do ângulo para se obter a hora correta nesse tipo de relógio. Por fim, foi explicada a teoria que permeia a obtenção da hora em um relógio de Sol, seguido de um tempo para que anotassem em seus diários o que aprenderam, para então a finalização da lista proposta, com a correção de alguns exercícios e então finalizou-se o projeto.

4. DESCRIÇÃO DA ANÁLISE

Na primeira semana, ao iniciar a aplicação do projeto, os professores se apresentaram aos alunos e explicaram o funcionamento do projeto e das atividades que seriam realizadas no decorrer das semanas, evidenciando a importância de escrever no diário sobre cada aula.

No primeiro momento da aula foram levantadas a questão motriz e a âncora, incitando então um *brainstorming* com os alunos sobre os tipos de relógios e diversas medições do tempo que conheciam. Então, a sala foi dividida em grupos, cada um com seis alunos, e cada grupo ficou responsável por pesquisar sobre um dos tipos de relógios pré-selecionados pelos professores. Os alunos foram levados à sala de informática para realizarem suas pesquisas. Três perguntas foram passadas aos alunos para servirem de norteador às pesquisas, sendo que os professores deixaram livre a forma de pesquisa e de apresentação dessa tarefa, a fim de extrair o máximo de criatividade de cada aluno. Cada grupo subdividiu-se em duplas, para que cada uma respondesse uma dessas perguntas norteadoras e depois reunissem as informações recolhidas.

Em um último momento, os alunos retornaram para a sala de aula para que pudessem escrever no diário e para que cada grupo pudesse organizar a apresentação do trabalho, que deveria acontecer na aula seguinte.

Na segunda semana de aplicação do projeto, foi pedido aos alunos que apresentassem o que pesquisaram sobre cada relógio. A forma de apresentação era livre e eles tinham um tempo máximo de 10 minutos para contar aos colegas o que encontraram de interessante, bem como revelar o funcionamento do relógio pesquisado. As apresentações foram curtas e, no geral, os alunos apenas utilizaram a leitura de seus diários na apresentação. Ao final das apresentações, como forma de reflexão, os alunos escreveram em seus diários o que acharam da sua própria apresentação e da dos colegas, em geral afirmando que podiam ter feito melhor.

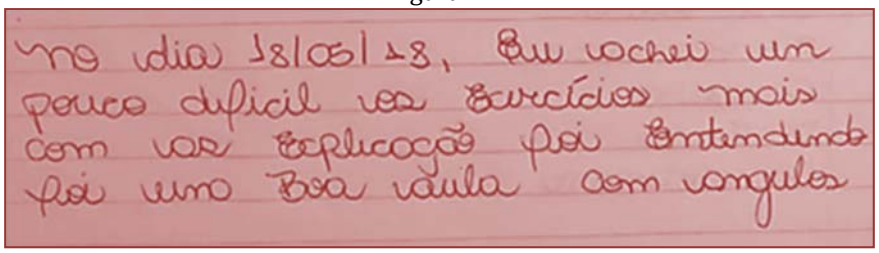
Em seguida, iniciou-se o conteúdo de ângulos através das mini lições. Neste estágio, e até o final das mini lições, apenas um professor ministrou as aulas, enquanto os outros professores ficaram no fundo da sala. Optou-se atuar dessa maneira pois cada professor tem uma forma de ensinar e uma velocidade na sua explicação e, se fossem trocados os professores na hora da explicação, poderia haver certa digressão do entendimento por parte dos alunos. O conteúdo tomou todo o tempo restante da aula e não pode ser concluído. Portanto as listas de exercícios tiveram que ser adiadas para a aula seguinte, assim como a finalização das mini lições.

Na terceira semana de aplicação do projeto, a aula foi iniciada com um resumo do que foi dado na aula anterior, para que os alunos recapitulassem e ficassem mais preparados para a aplicação da lista de exercícios. O resumo foi dado pelo professor que havia passado o conteúdo na aula anterior para seguir a mesma linha de raciocínio com os alunos. Houve uma boa participação dos alunos nesse momento e foi possível perceber que alguns deles haviam compreendido o conteúdo enquanto outros ainda estavam sem embasamento, devido também à falta de interesse.

Após a revisão, foi distribuída aos alunos uma lista de exercícios para que começassem a resolvê-la em sala. Os professores ficaram atendendo aos chamados dos alunos e sanando as dúvidas. Houve bastante participação dos alunos nessa atividade, muitas dúvidas surgiram e foi percebido que o nível de conhecimento deles estava abaixo do esperado pelos professores. Observou-se também que os alunos estavam se ajudando e tirando dúvidas entre si. Foi uma interação interessante entre alunos e professores.

Todo o restante da aula foi dedicado à resolução da lista. Como os alunos encontraram dificuldades nos exercícios, não conseguiram terminá-la, e então foram orientados para que terminassem em casa e levassem na próxima aula para os professores corrigirem. Apesar das dificuldades, alguns escreveram em seus diários que acharam a aula interessante e diferente, como revela a Figura 2.

Figura 2


No dia 18/05/18, Eu achei um pouco dificil os Exercícios mais com a Explicação foi Entendendo foi uma Boa aula com angulos

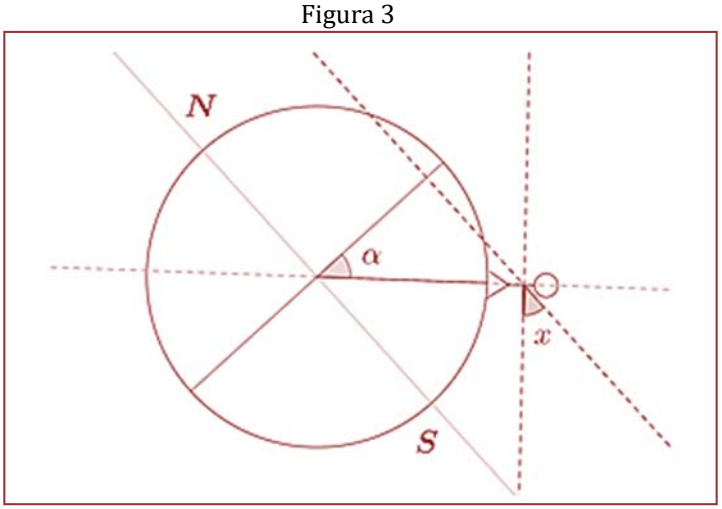
Fonte: Os autores

A quarta semana de projeto foi o ponto culminante, onde todo o demais do projeto seria justificado. Este foi o último dia da aplicação do projeto na turma.

Na primeira parte da aula deste dia, cada professor levou uma forma diferente do relógio de Sol, mas que contivesse o mesmo princípio de funcionamento. A sala foi dividida em três grupos e cada um dos professores ficou responsável por um dos grupos, mostrando-os o funcionamento do relógio de Sol e como a noção de ângulo estava presente nele. Usando a lanterna do celular, foi feita uma simulação do movimento aparente do Sol em torno da Terra, revelando como a direção da agulha é importante para o funcionamento do relógio. Tudo ocorreu muito bem nessa primeira parte, os alunos ficaram curiosos e isso fez com que a turma quisesse prestar atenção no que os professores estavam explicando. Parece que a presença de um objeto mais palpável fez com que a atenção deles fosse maior. Claro que tiveram exceções, alguns dos alunos até deram uma olhada no relógio, mas depois ignoraram a apresentação, ficaram passeando pela sala e fazendo brincadeiras.

Na segunda parte da aula, um dos professores explicou através de um desenho qual era a matemática que estava por trás da direção do ponteiro do relógio de Sol como representado na Figura 3 a seguir.

Figura 3



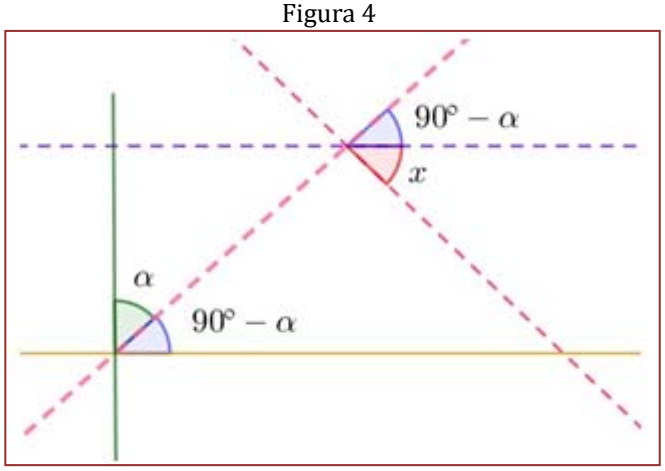
Fonte: Os autores

A reta em cor amarela na Figura 3 representa o eixo de rotação da Terra, o segmento de reta em verde representa a linha do Equador e o boneco estaria aproximadamente sobre o Sul do Brasil, onde estamos localizados. Note que, na posição em que o boneco está, se virar para o Sul e apontar o braço para frente, a direção será determinada por uma reta que atravessa a reta amarela do eixo de rotação, em algum ponto. É necessário que a direção do ponteiro esteja alinhada com a direção do eixo de rotação da Terra. Assim, o problema consiste em determinar qual é o valor do ângulo x que o boneco precisa levantar o braço para que este se alinhe com a reta amarela.

O que ajuda na solução deste problema é o fato de que o ângulo α nada mais é do que a latitude. A latitude é o menor ângulo determinado pelo segmento que atravessa o boneco, o centro da Terra e a linha do Equador. Sabemos também que a linha do Equador é perpendicular ao eixo de rotação da Terra, como também ocorre entre as retas vermelha e rosa.

Agora, como as retas amarela e roxa precisam ser paralelas, temos então duas retas paralelas atravessadas por uma transversal, que vamos considerar ser a reta de cor rosa na Figura 4.

Figura 4



Fonte: Os autores

Como as linhas amarela e verde são perpendiculares, então o ângulo em azul na parte inferior do desenho deve ser 90º – α, por ser o complementar de α. Esse ângulo em azul tem um correspondente na parte superior que possui a mesma medida, já que as retas amarela e roxa são paralelas e a rosa é transversal a essas. Por fim, como as linhas vermelha e rosa são perpendiculares, temos que:

$$x + (90° - \alpha) = 90° \ (1)$$

Resolvendo a equação (1), obtém-se $x = \alpha$. Isso significa que a inclinação do ponteiro do relógio necessária para que tenha a mesma direção do eixo de rotação da Terra é exatamente a latitude do local em que o relógio está.

Os alunos pareciam ter recebido bem as explicações, mas apresentaram algumas expressões de dificuldade. Essas expressões podem ser justificadas pelo número de itens e passos presentes na explicação. Essa aplicação trouxe um novo ar para um conteúdo, que por muitas vezes parece desconectado da realidade. Na verdade, o assunto sobre o qual os professores menos esperavam achar uma aplicação nos relógios era o das retas paralelas atravessadas por uma transversal.

Depois, foi dado tempo aos alunos para que pudessem escrever em seus diários e para que passassem a atividade da aula passada para ele. Todos ficaram quietos e escreveram alguma coisa. Os professores foram passando pelas mesas e verificando as soluções dos alunos enquanto perguntavam para eles em quais questões tiveram maior dificuldade. Passando pelas carteiras, foi possível perceber que os alunos deram um passo muito grande desde a semana passada, mas afirmavam que realmente tinham feito por si só. Alguns, porém, diziam que tinham colado dos outros quando perguntamos. O lado negativo de se trabalhar com uma atividade assim, que eles podem levar para casa, é que esta pode não significar conhecimento dos alunos.

Logo após verificar quais questões eles tinham encontrado maior dificuldade, um dos professores foi ao quadro fazer uma correção delas. Foram corrigidas quatro questões e foi pouca a participação dos alunos durante o processo, na maioria das vezes eram um ou dois alunos das carteiras da frente que respondiam e participavam. O fato da pouca participação levantou uma interrogação, uma vez que essas questões não eram tão diferentes das demais, estas que eles conseguiram fazer tão bem. O projeto assim terminou com um comentário final dos professores sobre o projeto como um todo.

O último dia trouxe à mente dos professores alguns pontos que devem ser notados, como por exemplo, que deveria ser repetido muito mais vezes os critérios e as instruções do projeto. De uma semana para outra eles já não lembravam mais, ou até no mesmo dia, alguns perguntavam o que era para fazer.

Outra coisa que poderia ser feita é o recolhimento das atividades da terceira para a quarta semana, de modo que eles não pudessem copiar ou pegar as respostas da *Internet,* para isso a lista de exercícios teria que ser encurtada para cinco a sete questões. Houve ainda problemas com bagunça e muita conversa na sala, onde os professores tiveram que se impor algumas vezes, mas isso lhes deu, acima de tudo, experiência.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ABP é uma abordagem que tem como principal objetivo enfrentar os principais problemas existentes na abordagem tradicional de ensino, na qual o professor é o detentor do conhecimento, tratando o processo de ensino e aprendizagem com maior atuação dos alunos. A ABP propõe, de maneira geral, reflexões sobre situações-problema da realidade, trabalho em equipe e a construção de artefatos no processo de aprendizagem (BENDER, 2015). Esse trabalho propôs relatar a aplicação do projeto "O relógio e os seus ângulos", que aborda diferentes tipos de relógios para apresentar o conteúdo de ângulos, usando uma metodologia baseada na ABP.

No projeto aplicado na escola, tomando como ponto de partida a âncora e a questão motriz, foram desenvolvidas reflexões sobre como se medir o tempo, aguçando interesse e participação dos alunos nesse *brainstorming*. Foram distribuídos trabalhos em equipe para levantamento de informações e curiosidades dos tipos de relógios pré-selecionados pelos professores, com a apresentação dos resultados para a turma. Devido à não especificação da estrutura da apresentação dos trabalhos, com o intuito de dar autonomia aos alunos, os resultados foram considerados insatisfatórios, dada a dificuldade apresentada por eles de lidar com abordagens não presentes no ensino tradicional. Por fim, foram desenvolvidos artefatos, como um diário individual e relógios de Sol, e foi observado um envolvimento relevante dos alunos na construção e na reflexão sobre o objetivo dos mesmos.

Quanto ao conteúdo de ângulos ministrado, foi detectada uma dificuldade de compreensão por grande parte dos alunos, visto que surgiram muitas dúvidas durante a explicação do conteúdo e não houve a conclusão das atividades no tempo proposto.

A aplicação do projeto mostrou que a ABP trouxe uma maior interação aluno-professor e provocou maior interesse dos alunos sobre o conteúdo. Constatou-se ainda que a preparação de aulas na ABP demanda mais pesquisa e criatividade por parte do professor, sendo portanto mais trabalhosa quando comparado à ensino tradicional. O projeto também desenvolveu o trabalho em equipe entre os professores envolvidos, o que oportunizou aos mesmos uma experiência incomum ao cenário tradicional.

Portanto, com a aplicação do projeto, foi observado que o uso de uma abordagem mais flexível e dinâmica tende a tornar o processo de ensino e aprendizagem mais proveitoso e interativo, levantando maior interesse e valores críticos nos alunos sobre cada conteúdo previsto no currículo escolar.

REFERÊNCIAS

[1] Bender, W. N. Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI. Penso Editora, 2015.

[2] Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio> Acesso em: 16 jun. 2018.

[3] Gadotti, M. F. Definições matemáticas do conceito de ângulo: influências da história, do movimento da matemática moderna e das produções didáticas nas concepções dos docentes. Piracicaba, 134 p., 2008. Dissertação (Mestrado) - Universidade Metodista de Piracicaba.

[4] Jung, K. M. Algumas considerações sobre ângulo. Porto Alegre, 48 p., 2008. TCC (Graduação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

[5] Kampff, A. J. C.; Machado, J. C.; Cavedini, P. Novas Tecnologias e Educação Matemática. In: Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, XXIII., Bahia. Anais… Porto Alegre: UFRGS - Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, 2004. p. 2.

[6] Masson, T. J.; Miranda, L. F.; Munhoz Jr, A. H.; Castanheira, A. M. P. Metodologia de ensino: aprendizagem baseada em projetos (pbl). In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, XL., Belém. Anais… São Paulo: Universidade Presbiteriana Mackenzie – Escola de Engenharia, 2012. p. 2.

[7] Moura, A. A.; Lins, A. L. A Educação Matemática numa perspectiva inclusiva com materiais manipuláveis. In: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática, VII., Montevideo. Anais… Paraíba: UEPB, 2013. p. 2-3.

[8] Nacarato, A. M.; Mengali, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

[9] Pais, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. In: Reunião Anual da Anped, 23., 2000, Caxambú. Anais… Disponível em: <http://23reuniao.anped.org.br/textos/1919t.PDF>. Acesso em: 16 jun. 2018.

[10] Perez, G. Prática reflexiva do professor de Matemática. In: Bicudo, M.A.V.; Borba, M.C. (Orgs). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2012. p.272-286

[11] Souza, K. N. V. Alfabetização Matemática: Considerações sobre a teoria e a prática. 2011. Disponível em: <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/viewFile/273/259> Acesso em: 16 jun. 2018.

Capítulo 19

Sequência didática: Uma estratégia pedagógica para o ensino de logarítmo

Paulo Malicka Musiau
Émerson Lauro
Maicon Serrão Gavino
Cleisimeyre de Souza Vieira

Resumo: A Sequência Didática (SD) é uma estratégia de planejamento de aula empregada no ensino de matemática permitindo ao professor realizar, por exemplo, um ensino investigativo, com a organização dos conteúdos e aplicação do conhecimento. O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma análise dos resultados obtidos por meio da elaboração e aplicação de uma sequência didática (SD). Cabe ressaltar, que os procedimentos metodológicos foram realizados em uma sala de aula, do 2º ano, turma A do Ensino Médio, que frequentam a Escola Estadual Ensino Médio de Tempo Integral Alejandro Yagüe Mayor, Município de Ji-Paraná, Rondônia. Buscou-se por meio dessa SD envolver os alunos nos estudos de logaritmo, a fim de problematizar, refletir conceitos e minimizar problemas de aprendizagem. Os resultados permitem-nos afirmar que a organização do trabalho pedagógico por meio da Sequência Didática não engessa o processo, mas convida a todos os agentes envolvidos à reflexão quanto aos objetivos de cada atividade e aos possíveis caminhos para o seu desenvolvimento. As atividades da SD facilitaram não só a compreensão do conceito de logaritmo, mas no desenvolvimento de competências para a interpretação e aplicabilidade da função logarítmica. Assim, espera que os resultados dessa atividade pedagógica possam promover uma reflexão sobre a importância desse conhecimento no desenvolvimento e na formação do educando, e ao mesmo tempo suscitar metodologias que auxiliem os educadores

Palavras-chave: Sequência Didática, Ensino-Aprendizagem e Procedimento Pedagógico

1. INTRODUÇÃO

O ensino em nossas escolas, particularmente em Matemática, na maior parte das vezes limita-se em transmitir ao aluno determinados conhecimentos e formar um número pequeno de aptidões e de hábitos. A sua tarefa deveria fazer crescer no aluno sua capacidade de analisar e generalizar fenômenos do seu cotidiano, de raciocinar corretamente, desenvolvendo as suas estruturas operatórias. Pois, segundo Carrocino (2014) pouco se trabalha com questões que verdadeiramente tenham algum significado para o aluno, ou seja, aquelas que tenham algo a ver com o cotidiano do estudante.

O processo de ensino-aprendizagem de Matemática sempre foi um desafio aos educadores e educandos, quando o assunto envolve os conceitos de logaritmo. No decorrer de alguns anos, observou-se que a maioria dos alunos apresentava dificuldades na compreensão do conceito de logaritmo, isto é, os alunos não entendiam o real significado do conceito de logaritmo e sua utilidade.

Apesar da importância do estudo de logaritmos, muitos alunos saem do Ensino Médio sem entendê-lo e nem sequer relacioná-lo com aplicações práticas e conhecidas, isto é, sem saber que a teoria dos logaritmos se aplica a muitos tipos de situações-problema, como por exemplo, a resolução de problemas envolvendo juros compostos, o uso da escala Richter na medição da intensidade de terremotos e outros exemplos com aplicabilidade significativa no cotidiano.

Segundo D'Ambrósio (2008), muitos educadores lecionam a disciplina de forma superficial, não desenvolvendo de maneira correta os conceitos matemáticos, o que acarreta desmotivação nos educandos, que perdem o interesse em aprender Matemática, rotulando-a como inacessível, de difícil entendimento.

Observa-se que, muitas vezes, a maneira como a matemática vem sendo abordada em sala de aula, os alunos não conseguem ter uma conexão entre conteúdo estudo e aplicabilidade no seu cotidiano. Assim, para David Ausubel (1982) a aprendizagem significativa é capaz de fazer os alunos perceberem que os conhecimentos escolares são úteis para sua vida fora da escola. Por isso, os professores precisam estar sempre atentos e refletirem sobre como ajudar os alunos a compreenderem a importância dos saberes escolares e a maneira de aplicá-los na vida em sociedade.

Diante desse contexto, proporcionar a aprendizagem significativa, uma das estratégias é a sequência didática. Dolz e Schneuwly (2004) defendem que as sequências didáticas são instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções.

Dessa forma, cabe a nós professores, prever diversos caminhos para a aprendizagem dos conceitos, ou seja, planejar situações didáticas que permitam ao aluno compreender os conceitos e torna-se ativo no processo de ensino e aprendizagem, conforme esclarece Pais (2001).

O aluno precisa ser apresentado a situações problemáticas para que em grupo possa buscar estratégias de solução e as atividades devem fazer parte da sua realidade (Berbel, 2012).

Existem diversos tipos de sequência didática, não sendo possível afirmar que uma seja melhor ou pior que outra, mas essas atividades precisam ser ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos, segundo Zabala (1998).

Portanto, é de suma importância oferecer ao aluno uma forma mais significativa de trabalhar com logaritmos, partindo de problemas que representem situações concretas, tornando assim motivado ao estudo desse conteúdo matemático, uma vez que as aplicações dos logaritmos estão presentes na sociedade e trazem implicações para a vida das pessoas.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta sequência didática teve como objetivo aprimorar o ensino-aprendizagem da função logarítmica com a construção dos conceitos e definições básicas através das contextualizações que envolvem a utilização do logaritmo no cotidiano do educando.

Esse recurso metodológico foi aplicado no primeiro bimestre de 2019, em uma sala de 40 alunos do segundo ano, turma A, da E.E.E.M.T.I Alejandro Yagüe Mayor, município de Ji-Paraná, Estado de Rondônia.

O ingresso dos nossos alunos é efetivado pelo o acolhimento e pela a avaliação de nivelamento, onde eles participam de uma prova diagnóstica visando apurar o nível de conhecimento dos alunos ingressantes obtido nos seus anos anteriores escolares, com ênfase nas habilidades adquiridas no 1° ano do ensino médio.

Assim, é de conhecimento que a deficiência do ensino-aprendizagem na área de funções logarítmicas é uma realidade e com isso não é surpresa o baixo índice de acerto na avaliação de nivelamento quanto à habilidade de resolver situações-problema que envolve função logarítmica, porém é um resultado alarmante, pois, fica nítido que as metodologias usadas para o ensino-aprendizagem quase não alcançam os resultados propostos.

Assim, foi proposto uma sequência didática para procurar suprir as lacunas referente ao contexto de logaritmo, de acordo com o quadro abaixo.

Quadro 1 - Cronograma da sequência didática referente à função logaritmo

Atividade	Quant. de aulas	Data
Atividade 1: A campanha sobre o lixo.	2	20/02/2019
Atividade 2: A magnitude de um terremoto e propriedades operatórias dos logaritmos	2	27/02/2019
Atividade 3: O crescimento de uma árvore e juros compostos.	2	13/03/2019
Avaliação Pós Sequência Didática	2	20/03/2019

Fonte: Elaborado pelos autores

No decorrer da sequência foram realizadas atividades em grupos e também individuais, cada qual com sua intenção específica. Ao participar de uma atividade em grupo, o aluno pode trocar reflexões, indagações e formulações das possíveis respostas com os colegas, e dessa forma, ter um aprendizado mais significativo.

A primeira atividade se tratava de um texto sobre uma campanha publicitária visando alcançar o máximo possível de pessoas, para a conscientização do descarte correto do lixo produzido, no menor intervalo de tempo. Nessa atividade se trabalhou as noções básicas de logaritmos para que o aluno pudesse se recordar das definições aprendidas no seu ano anterior escolar (1° ano do ensino médio).

Atividade 1 - A Campanha sobre Lixo

Figura 11- Questão de aplicação prática dos logaritmos;

A administração de uma grande cidade quer lançar uma campanha publicitária sobre o descarte correto de lixo. Para isso, contratou uma agência que, depois de pesquisas e estudos, chegou à função $f(t) = 3 \times 10^t$ que nos fornece o número de pessoas, em milhões, que ficará conhecendo a campanha depois de um certo tempo t, dado em anos.

Sendo assim, depois de quanto tempo, 6 milhões de pessoas, que é a população adulta dessa cidade, ficarão conhecendo a campanha?

Vamos tentar resolver esse problema.

a) Substituindo o dado na fórmula da função, $f(t) = 3 \times 10^t$ temos: $6 = 3 \times 10^t$ e desenvolvendo essa equação ficamos com:

$10^t =$ _____ → $10^t = 2$

Como resolver essa equação?

b) Sabemos que $10^0 =$ _____ e $10^1 =$ _____, portanto t tem um valor entre _____ e _____.

c) Então, voltando à pergunta do problema: "Depois de quanto tempo 6 milhões de pessoas ficarão conhecendo a campanha"?

_____

d) Esse tempo é maior ou menor que meio ano? _____

Quanto esse tempo significa em meses? _____

e) Aplicando essa definição, encontre o valor de x:

- $\log_2 64 = x$
- $\log_{10} 10\,000 = x$
- $\log_x x = 2$
- $\log_x 25 = 2$

Fonte: Adaptações do autor

Como forma de auxiliar os alunos no desenrolar da sequência didática, o próprio texto apresentava alguns quadros denominados: “fique sabendo que...”, e esses quadros apresentavam sugestões que tinham como princípal intuito direcionar o aluno no desenvolver das questões.

No decorrer da primeira questão apresentou-se os seguintes quadros:

Figura 12-Quadro que direcionava o aluno para resolver a questão 1;

Fique sabendo que...

Para encontrar o valor de **t**, com uma aproximação com a menor possibilidade de erro, recorremos à teoria dos logaritmos. Nessa equação, $10^t = 2$, o expoente **t** é dado pelo logaritmo de 2 na base 10.

Dessa definição, podemos relacionar números naturais com os respectivos expoentes de 10:

Número (n)	Logaritmo ($\log_{10} n$)	Aproximação racional (até milésimos)	Potência de base 10
1	0	0	$10^0 = 1$
2	0,301030...	0,301	$10^{0,301} = 2$
3	0,477121...	0,477	$10^{0,477} = 3$
4	0,602060...	0,602	$10^{0,602} = 4$
5	0,698970...	0,699	$10^{0,699} = 5$
6	0,778151...	0,778	$10^{0,778} = 6$
⋮	⋮	⋮	⋮
10	1	1	$10^1 = 10$
⋮	⋮	⋮	⋮
100	2	2	$10^2 = 100$
⋮	⋮	⋮	⋮

Esse tipo de tabela é chamada de tábua de logaritmos decimais, pois os números são registrados como potências de 10.

Fonte: Adaptações

Figura 13- Quadro que direcionava o aluno para resolver a questão 1;

Fique sabendo que...

No caso, t = 0,301 pois logaritmo de 2 na base 10 é 0,301 e indicamos: $\log_{10} 2 = 0,301$.

Existem também logaritmos em outras bases, por exemplo: $\log_7 2 = 0,356$, pois $7^{0,356} = 2$

De modo geral, podemos escrever:

$$\log_b a = x \rightarrow b^x = a, \text{ com } a > 0, b > 0 \text{ e } b \neq 1$$

Fonte: Adaptações do autor

Note que a sequência didática é autoexplicativa e intuitiva, sempre sugerindo as respostas corretas e a interpretação/compreensão, não se afastando dos conceitos básicos matemáticos como as definições de teoremas.

Na segunda atividade é apresentada aos alunos outra aplicação de logaritmo para o cálculo da magnitude de um terremoto com a utilização da escala Richter para a conversão da energia liberada durante o fenômeno, cujo a medida utilizada é em Joules.

Atividade 2 - A Magnitude De Um Terremoto

Figura 14-Segunda questão referente a sequência didática de logaritmo

Veja outra situação em que precisamos do logaritmo: **magnitude de um terremoto!**

A magnitude de um terremoto, medida na escala Richter, é dada por uma função que depende do logaritmo da energia liberada durante o fenômeno, medida em Joules. Veja a fórmula dessa função:

$$M(E) = \frac{2}{3}\log_{10}E - 2{,}98$$

Se um terremoto atingiu a magnitude de 7,5 na escala Richter e quisermos saber a energia liberada por ele, vamos usar essa fórmula.

Substituindo 7,5 na fórmula temos: $7{,}5 = \frac{2}{3}\log_{10}E - 2{,}98$.

Agora você continua...

Fonte: Adaptações do autor

Mais uma vez, visando auxiliar o aluno a resolver a questão a sequência apresentou alguns quadros com o intuito de direcionar e esclarecer ao educando na execução da atividade 2.

Figura 15-Quadros explicativos direcionando o aluno na resolução da questão 2

Fique sabendo que...

Para resolver outros problemas envolvendo logaritmos, precisamos usar algumas propriedades:

- $\log_x(A.B) = \log_x A + \log_x B$
- $\log_x\left(\frac{A}{B}\right) = \log_x A - \log_x B$
- $\log_x A^B = B.\log_x A$

Sugestões:

- isole $\log_{10}E$
- aplique a definição de logaritmo
- decomponha o expoente em parte inteira e decimal
- aplique uma propriedade das potências de mesma base
- use a tabela da ATIVIDADE 1

Fonte: Adaptações do autor

Durante a realização da 2ª atividade proposta, notou-se uma participação mais ativa por parte dos alunos, ao contrário da atividade 1, onde era atividade voltada para completar a situação proposta. Como o aluno já desenvolveu o conceito inicial ele está preparado para evolução da atividade 2.

A partir da resolução da segunda atividade, foram apresentadas as propriedades operatórios do logaritmo que são ferramentas essenciais para a aplicação da contextualização de situações envolvendo logaritmos. Neste momento o aluno tem a possibilidade de aplicar as propriedades para solução de duas questões.

Figura 16- Questões de aplicação das propriedades logarítmicas;

1. Calcule o valor dos logaritmos:

a) $\log_3 3$

b) $\log_a a^3$

c) $\log_a \sqrt{a^5}$, $a > 0$ e $a \neq 1$

d) $\log_3 0{,}25$

2. Calcule o valor dos logaritmos, considerando que $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}48$. O primeiro já foi calculado.

a) $\log 50 = \log \frac{100}{2} = \log 100 - \log 2 =$

$= 2 - 0{,}3 = 1{,}7$

b) $\log 12 =$

c) $\log 3^4 =$

d) $\log 0{,}15 =$

Fonte: Adaptações do autor

Durante a realização desta atividade foi proposto uma revisão das propriedades de logaritmos, neste momento não houve contextualização de uma situação do cotidiano, visto que, neste primeiro momento a proposta era reforçar os alunos a utilização das propriedades operatórias logarítmicas que são de suma importância para trabalhar com os exercícios e as situações problemas que envolvam os conceitos de logaritmos. Neste momento pode-se saciar algumas dúvidas e questionamentos que os alunos tinham a respeito da aplicação dos logaritmos, notou-se uma grande participação por parte dos alunos. Além disso, essa revisão das propriedades operatórias dos logaritmos serviu como base para que os alunos poderem desenvolver as próximas aplicações práticas dos logaritmos.

Atividade 3- Altura Da Árvore E Juros Compostos

Figura 18- Questão de aplicação prática dos logaritmos;

4. Resolva os problemas:

a) A altura média de um tipo de árvore cresce, desde quando plantada, obedecendo à função:

$h(t) = 0{,}5 + \log_3(2t + 1)$, sendo **h** a altura em metros, **t** o tempo em anos e $2t + 1 > 0$

Se uma árvore desse tipo atingiu a altura de 3,5m, qual o tempo que se passou desde o seu plantio até esse momento em que sua altura foi medida?

b) Suponha que um dinheiro aplicado seja corrigido a uma taxa de 12% ao ano.

Essa correção é feita seguindo a expressão:

$D(t) = d_0 \times (1{,}12)^t$, em que d_0 é o dinheiro aplicado e **t** é o tempo em anos.

Use:
$\log 1{,}12 = 0{,}049$
$\log 3 = 0{,}477$

Em quanto tempo, desde que não haja nenhuma aplicação ou retirada, esse dinheiro fica igual ao triplo do valor inicial?

Fonte: Adaptações do autor

No decorrer da realização da 3ª e última atividade, o aluno é desafiado a utilizar os conceitos apresentados anteriormente, sendo assim, torna-se possível avaliar o índice de assimilação do conteúdo por parte do aluno. Inicialmente, é proposto uma atividade na qual os alunos devem utilizar as propriedades dos logaritmos, posteriormente é proposto duas contextualizações/aplicações das referidas propriedades sendo na determinação de altura média de uma árvore em relação ao seu tempo de plantio e a segunda contextualização é na aplicação de um determinado capital a juros compostos que é feito o uso das propriedades operatórias com o objetivo de facilitar o desenvolvimento da situação.

Após, verificarmos que o conteúdo foi bem assimilado por parte dos alunos, é proposto a aplicação dos conhecimentos para a resolução de uma situação problema como o exemplo de um desenvolvimento do crescimento de um tipo de árvore e na aplicação de uma movimentação financeira, observe que o foco principal dessa atividade é nas últimas questões onde podemos notar que o aluno consegue fazer o uso das propriedades operatórias dos logaritmos em diversas situações do cotidiano.

Buscando avaliar o nível do conhecimento obtidos a partir da aplicação da sequência didática, foi proposto uma avaliação diagnóstica composta por questões de múltipla escolha na qual envolvia aplicações de logaritmos.

Quadro 2- Questão 10 referente a avaliação diagnóstica de 2019

10. As indicações R1 e R2, na escala Richter, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula: $R1 - R2 = \log_{10}\frac{M1}{M2}$, onde M1 e M2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a R1 = 8 e outro correspondente a R2 = 6.

Então, a razão $\frac{M1}{M2}$ vale: a

a) 10 b) 100 c) 1000 d) 20 e) 200

Fonte: Cesgranrio-2001

Quadro 3- Questão 11 referente a avaliação diagnóstica de 2019

11. O valor do $\log_3 120$ está entre os números inteiros:

a) $-2\ e - 1$ b) $-1\ e - 0$ c) $1\ e\ 2$ d) $3\ e\ 4$ e) $4\ e\ 5$

Fonte: Apostila IQE

Quadro 4- Questão 12 referente a avaliação diagnóstica de 2019

12. A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático:

$h(t) = 1{,}5 + \log_3(t + 1)$, com $h(t)$ em metros e t em anos.

Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o do corte foi de:

a) 9 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2

Fonte: Vestibular UFSCAR-2001

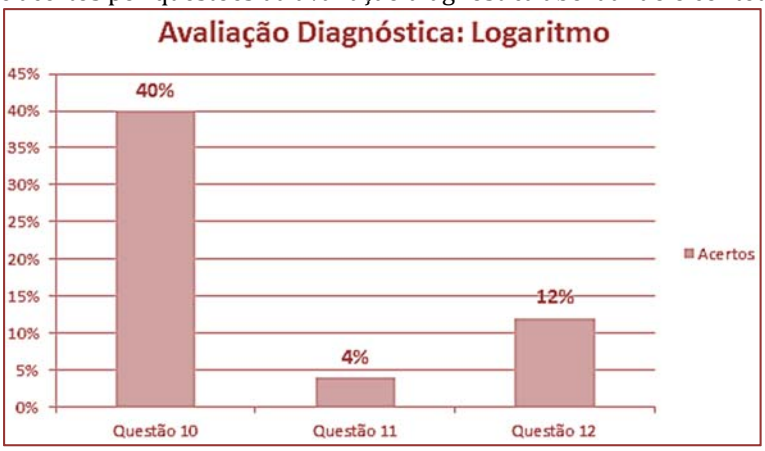
A partir da avaliação diagnóstica, tornou-se possível avaliar o quão desenvolveu-se o domínio do conteúdo de logaritmo.

3. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A inserção da sequência didática buscou identificar conhecimentos referente ao contexto de logaritmo e sua aplicabilidade no contexto do educando, assim, os resultados são apresentados a seguir.

De acordo com o a figura 4, observa-se que uma parcela expressiva dos alunos não consegue relacionar o ensino que aprende na sala de aula com o seu cotidiano. Então, o que se propõe é um ensino mais atraente, com ênfase na compreensão dos conceitos físicos através de situações vivenciais dos alunos e na relação destes com sua realidade, capaz de motivá-lo para o estudo.

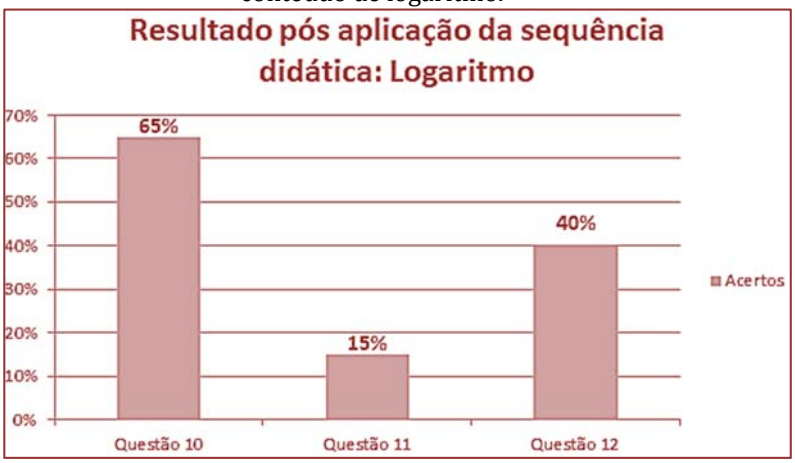
Gráfico 1-Número de acertos por questões da avaliação diagnóstica abordando o conteúdo de logaritmo.



Fonte: Autoria própria

De acordo com o a figura 5, nota-se que com aplicação da SD houve uma melhora significativa no processo de ensino-aprendizagem, pois observou que os alunos mostraram maior empenho, trocaram experiências e puderam resolver vários exercícios de aplicabilidade em grupo e individuais, assimilando de maneira objetiva e prática o conteúdo da sala de aula com o seu cotidiano.

Gráfico 2- Número de acertos por questões da Avaliação pós aplicação da sequência didática abordando o conteúdo de logaritmo.



Fonte: Autoria própria

Com base no desenvolvimento das atividades por parte dos alunos notou-se que a partir da aplicação da sequência didática os alunos desenvolveram um maior desempenho na resolução de situações problemas envolvendo logaritmos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da metodologia utilizada, os resultados obtidos foram satisfatórios com essa sequência didática. Assim, torna-se notório a importância de se buscar novas e diferentes estratégias para melhorar as práticas em sala de aula. Contudo, cabe ressaltar que não se pode desfazer totalmente das metodologias já existentes, pois muito acrescentam no que diz respeito ao entendimento de fórmulas e repetição de exercícios.

Por meio deste trabalho, foi possível notar que diante dos resultados obtidos, alunos mais acessíveis e desprovidos de preconceitos em relação à aprendizagem da matemática, participaram e interagiram das discussões e reflexões em sala de aula.

Portanto, esta sequência didática procurou sanar as lacunas no conteúdo de logaritmo com a utilização de situações problemas contextualizado, propiciando um estudo diferenciado do conteúdo, e também apresentar situações significativas para que o estudante pudesse interagir e compreender melhor esse contexto.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a disponibilidade da Escola Alejandro Yague Major na impressão do material didático e ao Instituto de Qualidade de Educação -IQE em ceder as apostilas para que fosse desenvolvida a sequência didática.

REFERÊNCIAS

[1] Ausubel, D. P. A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes. 1982.

[2] Berbel, N. A. N. A metodologia da problematização com o arco de Maguerez: uma reflexão teórica epistemológica. Londrina: Eduel, 2012.

[3] D'ambrosio, Ubiratan. Educação Matemática da teoria à prática. 16. ed. Campinas (SP): Papirus, 2008.

[4] Carrocino, Carlos Homero Gonçalves. Trabalho de conclusão de curso. Apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática (Profmat),2014.

[5] Dolz, J. e Schneuwly, B. Gêneros e progressão em expressão oral e escrita. Elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In Gêneros Orais e escritos na escola. Campinas (SP): Mercado de Letras. 2004.

[6] Pais, L. C. Didática da matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

[7] Zabala, A. A prática educativa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Capítulo 20

Uma metáfora para o conceito de função

Francisco Roberto Pinto Mattos
Bruna Ferreira Leite de Pinho

Resumo: Há uma vertente de pesquisadores em Educação Matemática com interesse em investigar e estudar como se dá a comunicação nos processos de sala de aula entre professores e alunos. Nesse trabalho trazemos alguns desses estudos que destacam as diversas metáforas usadas, de forma consciente ou não, por professores valendo-se de associações que estejam relacionadas à matemática e às demais áreas do conhecimento a fim de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Apresentamos aqui um estudo em desenvolvimento que pretende propor um produto didático para a aprendizagem de funções a partir de metáforas como indutoras de processos, que promovam a capacidade de comunicação matemática dos alunos por meio de uma linguagem informal que os levem ao domínio do conceito de função, de modo a dar significado à formalização do mesmo quando utilizamos a linguagem matemática formal.

Palavras-chave: METÁFORAS; funções; comunicação matemática; sala de aula.

1. INTRODUÇÃO

Na pratica docente de matemática, para que haja um entendimento sobre determinado assunto abordado, podemos encontrar associações que se utilizam de objetos não matemáticos para relacionar conceitos da matemática. Esse método adotado em sala de aula aproxima conceitos e ideias formais à representação concreta dos variados assuntos na Matemática, em particular, o estudo de funções, tornando-se um facilitador na aprendizagem desse conteúdo. Sem abdicar de tal associação, tratada aqui por metáfora (Frant, 2007), a assuntos pertencentes diretamente ou não ao universo matemático obedecendo a uma abordagem adequada que permita a compreensão dos alunos; devemos salientar a importância de restabelecermos paralelamente o rigor conceitual sobre o tema em estudo.

"Uma abordagem da matemática na perspectiva da metáfora se desponta neste contexto como uma possibilidade de formulação de uma nova maneira de se conceber a natureza da matemática, e consequentemente o seu ensino". (Leite & Otte, 2010, p. 102)

Podemos citar como exemplo a representação da expressão algébrica que traduz o Teorema de Pitágoras o qual pode ser explicada por uma relação entre áreas de quadrados construídos sobre os lados de um triângulo. Ou ainda, a ideia que apresenta o conceito de módulo de um número real relacionando-o com a distância entre dois pontos sobre uma reta. A justificativa para o uso das metáforas está nas características imputadas às mesmas como mecanismos apropriados à produção de conhecimentos, uma vez que são permitas inferências feitas sobre novos contextos com base em algo que já conhecemos.

Leite & Otte (2010) defendem que as associações estabelecidas por uma metáfora entre dois objetos, são amplas o suficiente em relação à caracterização desses quando relacionados, de modo que não há restrições quanto aos critérios para se determinar uma correspondência entre eles. Em contextos de aprendizagem de matemática, é preciso reconhecer que por suas características abstratas, a matemática escolar necessita de objetos matemáticos que só podem ser concebidos por meio de representações. E estas sempre são suscetíveis a formas circunstanciais de compreensão, o que remete o professor em sala de aula a desenvolver técnicas metafóricas.

Assim podemos inferir que:

> "Nesse sentido, metáforas são fundamentais para o pensamento matemático. A metáfora não é apenas um fenômeno linguístico manifesto através da fala, mas é especialmente um mecanismo cognitivo, inerente ao domínio do pensamento. Metáforas atuam no sentido de permitir uma interação entre domínios conceituais distintos, tais como a geometria e a aritmética, e nesse sentido podem ter sido fundamentais para o próprio avanço da matemática ao longo dos tempos." (Leite & Otte ,2010, p. 106)

Nessa pesquisa em desenvolvimento, destacaremos uma proposta para introdução do conceito de função a partir de uma metáfora que pode associar o rigor conceitual a uma ideia que não utiliza conjuntos numéricos. Nossa hipótese inicial, a partir da referência na prática docente, é que a aquisição do conceito de função para o estudante se dá de forma mais eficiente se ele é colocado a pensar na ideia acerca desse tema fora de um contexto dos conjuntos numéricos, ou seja, a partir de conjuntos discretos a partir de exemplos concretos. Propomos para tal, uma discussão em sala de aula sobre as propriedades que garantem a existência de uma função, associadas a ferramentas que não são próprias da matemática, construídas a partir de metáforas. Aqui assumimos a comunicação matemática, a partir das ações do docente que busca caminhos para a explicação e a justificação dos conceitos, de modo que os alunos possam se apoderar das ideias matemáticas e apresentá-las de forma adequada em estudos e aplicações posteriores. Nesse processo, a negociação de significados, por meio de múltiplas metáforas, tem objetivo de consolidar os conceitos matemáticos apresentados pelo docente e os inúmeros significados que alunos podem atribuir a eles.

Dessa forma, no caso apresentado nesse trabalho pretendemos promover uma comunicação das ideias matemáticas, sem utilizar conjuntos numéricos ou mesmo seus representantes algébricos e, a partir de uma linguagem informal, apresentar as propriedades e características das funções. A contar dessas caracterizações, avançamos para definições sobre funções, abordadas no Ensino Médio. Desse modo, entendemos que após bem estruturadas as ideias que sustentam o conceito, podemos, numa construção conjunta com os alunos, passar à um domínio progressivo da linguagem simbólica da matemática (Serrazina, 2018) utilizando-as de forma geral em diversos contextos.

Esperamos que o aluno ao final do processo tenha o entendimento completo a respeito assunto e saiba aplicá-lo sem cometer erros conceituais usuais que são propagados e identificados em diversas fases do processo escolar, nos quais as funções estão presentes.

A partir da ativação dos processos cognitivos utilizados para a compreensão dos conceitos de funções fora do campo numérico e com a necessidade de comunicar propriedades e definições por meio da linguagem matemática não formal, podemos construir o conhecimento disciplinar estruturado, sustentado pelo conceito e com significado (Serrazina, 2018; Ponte et al., 2007).

Em Ponte et al. (2007),

> "A comunicação envolve as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica própria da Matemática. O aluno deve ser capaz de apresentar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos" (pag. 8)

Percebemos, na prática docente, que esse processo de aprendizagem deve ocorrer em discussões, inicialmente em grupos pequenos, e os resultados obtidos para as tarefas propostas comunicados à classe completa. O envolvimento dos alunos no processo é "facilitada" pelo uso da linguagem informal, de maior domínio da classe, e pelo uso das metáforas, que lhes permitem dar significado ao conceito de função. A comunicação escrita é a primeira fase do processo, uma vez que nos pequenos grupos formulam os primeiros registros escritos com as soluções encontradas. Conforme encontramos em Serrazina (2018),

> "... a existência de momentos na aula onde é promovida a comunicação oral ou escrita é um aspeto fundamental a ter em conta quando se planifica a aula de Matemática. A investigação mostra que as tarefas e a comunicação que se estabelece na aula constituem aspetos fundamentais das práticas matemáticas vividas." (p. 13)

Ao permitir, por meio da metáfora, um discurso matemático com significado acreditamos na eficácia de um ensino da matemática que promova e aproveite a discussão entre alunos com objetivo a uma aprendizagem compartilhada de ideias e conceitos matemáticos. (NCTM, 2014)

E ainda no mesmo documento Princípios e Ações, ao fazer considerações sobre o currículo associado a prática docente em Matemática, destacamos:

> Um bom programa de matemática requer um ensino efetivo que envolva os alunos na aprendizagem significativa por meio de experiências individuais e colaborativas que promovam sua capacidade de dar sentido às ideias matemáticas e ao raciocínio Matemático[7].

A seguir apresentamos uma metáfora formulada para a definição de uma função, na qual utilizamos elementos externos à linguagem matemática usual, sem referência a conjuntos numéricos. A ideia principal é discutir as propriedades das funções e algumas características conceituais a partir da metáfora construída.

- Uma função F: A —› B existe se:
- Dados dois conjunto *A* e *B* e uma *pergunta*, bem definida, feita a todos os elementos de *A.*

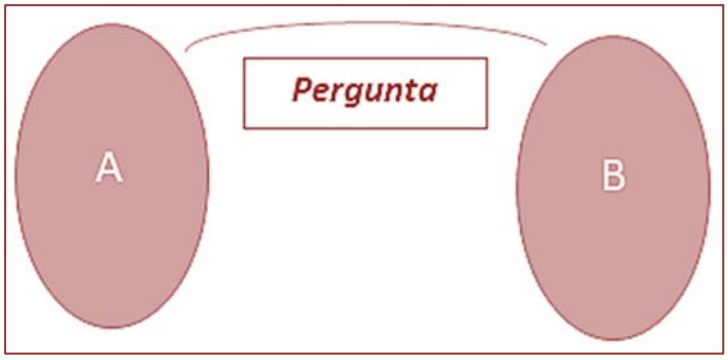
De modo que:

- Todas as perguntas possíveis a *A* possuem respostas no conjunto *B.*
- Todas as *respostas* são *únicas.*

A Pergunta representa uma metáfora para as usuais expressões algébricas.

[7] Tradução própria.

Figura 1:Uma Metáfora para Função



A partir desta metáfora os alunos são desafiados em um primeiro momento a identificar entre diversos exemplos aqueles que representam uma função. Nesse caso os alunos são levados a discutir por meio de exemplos, aqueles que definem uma função. Esse procedimento como a maioria dos seguintes são planejados para serem realizados em grupo de três a quatro estudantes e os resultados obtidos em cada grupo são apresentados e discutidos por toda a classe.

Em seguida, os estudantes trabalhando do mesmo modo, em grupo, são desafiados a construírem exemplos de funções. Devem apresentar os elementos que compõem uma função: os dois conjuntos A e B e uma pergunta que seja bem construída gramaticalmente de modo a atender à condição matemática de existência de uma função. Com isso, os alunos são levados a pensar em todas as condições, necessárias e suficientes para atender à definição de função. Utilizamos, inicialmente, a escolha por conjuntos discretos, não numéricos, buscando sempre algo próximo à realidade dos alunos, e que lhes tenha significado.

Após os estudantes apresentarem mais segurança para identificar as propriedades das funções, avançamos o estudo com objetivo de que se apropriem de conceitos importantes tais como a caracterização de funções: injetivas, sobrejetivas e bijetivas. Ao buscarem os exemplos fora dos conjunto numérico ficam mais atentos às propriedades relacionadas ao conceito e às características das funções.

Ainda fazendo uso das metáforas, podemos aplicá-las ao estudo de alguns tipos de funções e à definição de composição de funções. A partir desse momento, aplicamos o que aprendemos sobre metáfora construída para introduzir o conceito de função e apresentamos a mesma ideia por meio da formalização, com a linguagem matemática, priorizando os conjuntos numéricos. Desse modo, utiliza-se uma metáfora como elemento dinamizador de discussões conceituais em sala de aula, aplicada ao conceito de função. Ao final desta pesquisa, após testagens e validações teremos um material didático apresentado na forma de minicursos e oficinas para o a introdução ao estudo das funções para o Ensino Básico (Fundamental e Médio).

2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As percepções, inferências, intuições e as representações que fazemos durante os processos de sala de aula estão relacionadas muitas vezes a uma metáfora. Estudantes e professores processam essas informações de modo a relacionar conceitos da matemática por meio de outros objetos da própria matemática ou externos a ela. Nos procedimentos usuais, as metáforas contribuem para catalisar conexões entre objetos matemáticos, conectando ideias.

O raciocínio metafórico é muitas vezes recorrente e utilizado de forma intuitiva pelo professor. Na medida que o professor monitora as metáforas, e as utiliza como elementos dinamizadores do processo de aprendizagem, é possível propor discussões em sala de aula sobre propriedades de elementos matemáticos usando ferramentas que não são próprias da matemática, construídas a partir delas. Nesse contexto é possível promover a comunicação de ideias em classe. Após o domínio dos conceitos em uma construção com os colegas em salas, os estudantes podem avançar para o domínio progressivo da linguagem simbólica da matemática com significado.

E desse modo, ao permitir por meio da metáfora, um discurso matemático com significado podemos produzir um ensino da matemática que promova e aproveite a discussão entre alunos, com objetivo a uma aprendizagem compartilhada de ideias e conceitos matemáticos. Nesse processo o professor faz uso do seu conhecimento de Matemática e sobre Matemática na medida que precisa fazer boas escolhas das metáforas para que as aproximações sejam suficientes para expor de forma clara os conceitos. Para tal necessita de um planejamento de cada tópico sob a perspectiva de uma efetiva aprendizagem matemática e na percepção do conhecimento matemático dos alunos para o desenvolvimento da comunicação matemática na sala de aula. E assim valorizar os processos interativos em sala de aula de modo a valorizar a comunicação de ideias entre os alunos e entre estes e o professor por meio de aprendizagem significativa para a classe.

REFERÊNCIAS

[1] Frant, J. B. O uso de metáforas nos processos de ensino e aprendizagem da representação gráfica de funções: o discurso do professor. In: Anais da 30ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd). Caxambu/MG, 2007

[2] Leite, K. G.; Otte, M. Metáfora e matemática. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática. v. 2, p. 87 – 110, São Paulo, 2010.

[3] NCTM. Principles to Actions, 2014. Disponível em: < https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PtAExecutiveSummary.pdf>. Acesso em: 29 mar. 2019.

[4] Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. Programa de Matemática do Ensino Básico. Ministério da Educação/DGIDC. Lisboa (2007).

[5] Serrazina, L., Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. Educação e Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática, n. 149-150, p. 13-18, Lisboa, 2018.

Capítulo 21

Aprendendo conceitos matemáticos por meio de Literatura

Eliziane Rocha Castro
Raimundo Luna Neres
Luciana Rodrigues Leite
Francisco Jeovane do Nascimento
Gabriel Linhares de Sousa

Resumo: Objetivou-se examinar relatos de práticas de sala de aula, desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental destacando-se as obras usadas no trabalho com a literatura infantil para a construção de conceitos matemáticos em sala de aula. Para conduzir este estudo, de cunho descritivo analítico, utilizou-se a análise documental como técnica de coletas de dados. O estudo envolveu relatos de 15 professores do 1° ao 5° ano do Ensino Fundamental do município de Raposa/MA. Foi disponibilizado aos professores um formulário para que os mesmos relatassem uma experiência de ensino na qual deveriam trabalhar em sua sala de aula, conceitos matemáticos por meio de uma obra de literatura infantil. Os resultados mostram que as obras utilizadas pelos professores apresentam um conteúdo matematicamente adequado às suas turmas. Nessa direção, este estudo adiciona ao corpo de conhecimento, sugestões de obras da literatura infantil e seus benefícios para a aprendizagem matemática no Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Matemática; Literatura infantil; Ensino Fundamental.

1.INTRODUÇÃO E TESSITURA TEÓRICA DA PESQUISA

Os estudos que versam sobre a integração entre a Matemática e as obras de literatura apontam potencialidades dessa conexão para o desenvolvimento, em conjunto, de habilidades matemáticas e de habilidades de linguagem. No entanto, ainda são incipientes os estudos sobre essa integração **(THOMAS;** FENG, 2015). Conforme destacam Zacarias e Moro (2005, 277) "[...] poucos vêem as produções da literatura infantil como contexto possível para se trabalhar conceitos matemáticos". Todavia, advoga-se que as obras de literatura infantil oportunizam o trabalho com conceitos matemáticos de forma significativa considerando-se que quando os materiais de literatura infantil são adequadamente usados em sala de aula, os alunos tornam-se mais motivados, em razão do aspecto lúdico da literatura infantil que proporciona outras maneiras ativas de compreender os conteúdos matemáticos. Assim, considerou-se, sobremodo importante examinar as obras usadas por professores do município de Raposa/MA, no trabalho com a literatura infantil para a construção de conceitos matemáticos em sala de aula do Ensino Fundamental.

2.CAMINHO METODOLÓGICO, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para realizar este estudo, recorreu-se à plataforma de cursos *online* do Núcleo de Formação Continuada da Secretaria Municipal de Educação de Raposa/MA[8]. Trata-se do Ambiente Virtual de Aprendizagem pelo qual os professores desse município participam de cursos de formação continuada na modalidade a distância. Os cursos são organizados em módulos nos quais são propostas atividades programadas em harmonia com o material disponibilizado em cada módulo e conectadas à prática e/ou ato de reflexão dessa prática exercida no espaço da sala de aula. Desta forma, a cada módulo, os professores realizam uma atividade em sala de aula e fazem o relato da experiência, postando na Plataforma de cursos.

Na referida Plataforma, buscou-se pelo curso Práticas Escolares de Letramento Matemático no Ensino Fundamental, ofertado no segundo semestre de 2018, no qual um dos 5 módulos abordou o letramento matemático por meio da Literatura. Na sala virtual desse curso, constatou-se que 25 professores participaram do mesmo. Realizando-se uma consulta no perfil de cada cursista, verificou-se que 60% dos participantes eram professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desta forma, aqui foram examinadas práticas de sala de aula relatadas por 15 professores que participaram do curso supracitado.

Foi proposto aos professores que escolhessem uma obra de literatura e desenvolvesse a integração entre a literatura e a Matemática em sua sala de aula, criando situações de aprendizagem nas quais fossem abordados conceitos matemáticos de forma significativa. Foi disponibilizado aos professores um formulário para que os mesmos relatassem a experiência de ensino. O formulário era composto pelos seguintes dados e informações: a) auto identificação, quais sejam: nome do cursista, escola em que trabalha, turma na qual a obra foi trabalhada, b) contextualização do trabalho, a saber: obra utilizada, quantidade de alunos presentes no dia da atividade, justificativa para a escolha da obra, conceitos matemáticos trabalhados, c) desenvolvimento da ação: descrição da experiência e descrição das descobertas, facilidades, dificuldades e recomendações advindas dessa experiência. Para este artigo, centrou-se no item b, anteriormente descrito.

Após a identificação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino Fundamental, buscou-se no link da atividade programada do módulo IV do curso, os formulários com os relatos das práticas de sala de aula. De posse dos formulários, constatou-se que 317 alunos, distribuídos entre as turmas do primeiro ao quinto ano de Ensino Fundamental, tiveram contato com livros de literatura infantil durante as aulas de Matemática. Foi verificado que dentre os 15 professores, 5 professores trabalhavam em turmas de segundo ano, 4 professores em turmas de quarto ano; 3 professores em turmas do terceiro ano, 2 professores em turmas do quinto ano e 1 professor na turma do primeiro ano. Fazendo-se a identificação do livro utilizado na experiência de ensino obteve-se o resultado apresentado no Quadro 1.

Quadro 1- Obra literária usada na experiência de ensino

Livro Utilizado	Quantidade de Professores
Poemas Problemas, de Renata Bueno	8
Os Problemas da Família Gorgonzola, de Eva Furnari	4
A Surpresa de Handa, de Eileen Browne	3

[8] http://nufoc.kstros.com/

Fonte: Elaboração dos autores, (2019).

Conforme mostra o Quadro 1, a obra Poemas Problemas, de autoria de Renata Bueno foi a mais utilizada. Esta obra foi trabalhada em 1 turma do primeiro ano, 3 turmas do segundo ano, 2 turmas do terceiro ano e 2 turmas do quarto ano do Ensino Fundamental. O livro apresenta ilustrações coloridas de situações-problema em forma de rimas, enigmas e charadas. Nos relatos analisados, verificou-se que por meio dessa obra, os seguintes conceitos matemáticos foram trabalhados: sequência numérica, as quatro operações fundamentais, combinatória.

As justificativas dos professores, desvelam aspectos como: o texto pequeno e rimado que estimula a resolução; a linguagem de fácil entendimento, por serem bem ilustrados e divertidos de se interpretar; por apresentar situação-problema de fácil compreensão; por estar associado ao conteúdo da área de matemática a ser trabalhado; pela abordagem do conteúdo de matemática trabalhado em sala de aula de forma lúdica; porque aproxima os conteúdos às atividades lúdicas e a vivência do dia a dia; a ludicidade, as rimas, as imagens, as ilustrações e o problema que é feito em forma de poema; as imagens coloridas que chama a atenção dos alunos, despertando o interesse dos mesmos.

Das justificativas apresentadas, depreende-se que os professores perceberam que a linguagem e as ilustrações dessa obra conferem ludicidade aos conceitos matemáticos, tornando-os mais acessíveis aos seus alunos, de modo que a compreensão da linguagem matemática, suas técnicas e símbolos podem ser operacionalizadas por meio do texto e ilustrações dessa obra. Nesse sentido, tais justificativas corroboram a perspectiva de que "os textos literários conduzem a uma sofisticação na comunicação matemática porque apresentam conceitos matemáticos suportados em palavras em lugar dos números, entendidos como a linguagem tradicional da matemática" (GUERREIRO, 2017, p.1).

A obra: *Os Problemas da Família Gorgonzola***,** de Eva Furnari foi utilizada por 4 professores, que abordaram a partir dessa obra, os seguintes conceitos matemáticos: **s**istema monetário, as quatro operações fundamentais, sequência numérica, medidas de massa. A obra foi trabalhada junto a 1 turma do terceiro ano, 1 turma do quarto ano e 2 turmas do quinto ano do Ensino Fundamental. Esse livro aborda **a história** de uma família que precisa resolver algumas situações do dia a dia. Nesse sentido, o livro apresenta desafios aos alunos, que devem extrair da narrativa as informações importantes para resolver cálculos matemáticos. A justificativa dos professores, para trabalhar conceitos matemáticos por meio dessa obra foram:

> **"**A busca pela solução dos problemas da família mostra que a Matemática está em tudo que nos cerca".
>
> "[...] por contemplar problemas, irreverentes, envolvendo as quatro operações, e que possibilitaram a consolidação de aprendizado dos conceitos matemáticos".
>
> "[...] uma história divertida, com vários desafios e situação problemas que exigem dos discentes, atenção, interpretação e conhecimento das quatro operações matemáticas, propiciando ludicidade na atividade"
>
> "Devido as histórias serem contadas de maneira divertida e de forma desafiadora, chamando a atenção para que os alunos pudessem resolver com facilidade os problemas, através de personagens engraçados, de uma família relacionados com o cotidiano do aluno".

Essas justificativas remetem ao entendimento de que esse livro proporciona a conexão dos conteúdos matemáticos aos seus cotidianos. Nesse sentido, essa obra fornece um contexto do mundo real para os alunos entenderem conceitos matemáticos de modo que, pelas justificativas dos professores, pode-se verificar que se os alunos não puderem ver como o conceito matemático se encaixa em suas vidas pessoais, eles podem ver como o conceito refere-se aos personagens dentro dessa literatura (THOMAS; FENG, 2015, p.3)

A Surpresa de Handa, de Eileen Browne foi trabalhada por duas professoras do segundo ano do Ensino Fundamental. Nessa obra é narrada a viagem da personagem principal, que leva uma cesta com frutas para uma amiga. No caminho, os frutos são retirados da cesta por animais da savana africana, sendo esse cenário bem retratado pelas ilustrações coloridas. As professoras relataram o trabalho com as ideias de ganhar, perder, tirar e a relação número-quantidade. Como justificativa para o uso dessa obra, as professoras destacaram que:

> A escolha da obra deu-se pela linguagem fácil, além de ser bem ilustrativa para os alunos do 2º ano do Ensino Fundamental. A obra também aborda sobre o conceito de subtração de forma envolvente, permitindo ao aluno a compreensão que a mesma traz uma ideia de retirada.
>
> A escolha da obra ocorreu devido a apresentar uma linguagem de fácil compreensão, a ilustração do livro ajudou os alunos que ainda sabiam ler a entender a história.

Nesse sentido, as justificativas das professoras reforçam a ideia de que a integração entre a literatura e a matemática dão aos alunos oportunidades adicionais de leitura, escrita, fala e escuta. Isso porque além de favorecer a compreensão matemática dos conceitos, as ilustrações imprimem significados à história narrada ao passo que fortalecem as habilidades de leitura visual das principais ideias e detalhes da narrativa. Desta forma, essa literatura combina raciocínio numérico com habilidades de leitura visual (THOMAS; FENG, 2015).

As justificativas apresentadas pelos professores desvelam que os mesmos consideram que o trabalho com obras de literatura infantil integrado às aulas de Matemática, além de proporcionar o desenvolvimento da competência ledora e as estratégias a ela associadas, promovem a linguagem matemática e a resolução de problemas. Nesses moldes, os professores consideraram que a conexão da literatura infantil com a Matemática oferece aos alunos oportunidades de vivenciar experiências de ensino em contextos significativos para a construção de conceitos matemáticos.

3.CONSIDERAÇÕES FINAIS

O exame dos relatos de práticas de sala de aula, desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental destacando-se as obras usadas no trabalho com a literatura infantil para a construção de conceitos matemáticos em sala de aula demonstrou que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de Raposa/MA selecionaram livros que contribuem satisfatoriamente para desenvolver a apreciação dos alunos em Matemática e Literatura, de modo que ambas complementam-se pela linguagem, ilustrações e histórias dos livros, que facilitam as aplicações da matemática no mundo real.

Considera-se que as obras utilizadas pelos professores apresentam um conteúdo matematicamente adequado às suas respectivas turmas. Nessa direção, este estudo adiciona ao corpo de conhecimento, sugestões de obras e seus benefícios para a aprendizagem matemática por meio da literatura.

REFERÊNCIAS

[1] Guerreiro, A. Leitura matemática e texto literário: dois estudos nos primeiros anos. Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación. v. Extr., n.6, p.1-7, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.17979/reipe.2017.0.06.2893>. Acesso em: abr. 2019.

[2] Thomas, L.; Feng, J. Integrating Children's Literature in Elementary Mathematics. 2015, Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED560858.pdf. Acesso em: abr. 2019.

[3] Zacarias, E.; Moro, M. L. F. A matemática das crianças pequenas e a literatura infantil. Educ. rev. [online]. n. 25, p. 275-299, 2005. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/0104-4060.377.>. Acesso em: abr. 2019.

Capítulo 22

O ensino da operação de divisão de fração: Um enfoque no uso da Filosofia da Linguagem de Wittgenstein

Marcel de Almeida Barbosa
Marisa Rosâni Abreu da Silveira

Resumo: O presente trabalho apresenta a linguagem matemática como elemento importante na discussão sobre o ensino de fração e objetiva a análise da possibilidade de dar sentido à regra no ensino da operação de divisão com frações. Sob a visão da Educação Matemática visa contribuir no ensino, uma vez que a matemática é objetivada por meio da linguagem que é regida por uma sintaxe que segue regras matemáticas. Nesse aspecto, a metodologia utilizada para nossas análises a pesquisa qualitativa com ênfase na análise documental (livro didático) e tendo como referencial teórico a filosofia de Wittgenstein (1996), bem como Silveira (2015), que contribuíram mostrando caminhos para que professores regentes e/ou professores em formação possam melhorar sua prática em sala de aula.

Palavras-chave: Regras Matemáticas. Ensino de Matemática. Divisão de Fração. Filosofia de Wittgenstein

1. INTRODUÇÃO

A linguagem matemática é uma das linhas de estudos da Educação Matemática que visa trabalhar os possíveis problemas na compreensão da linguagem que podem interferir no ensino e na aprendizagem da Matemática. Danyluk (1998) diz que dentre os vários tipos de linguagem presentes no horizonte da existência humana, encontra-se a linguagem matemática expressa pelo discurso matemático. Silveira (2015) explicita que o aluno tem dificuldades de interpretar a linguagem simbólica, bem como as regras matemáticas que regem tanto o texto em linguagem natural como em linguagem matemática.

Neste aspecto, este trabalho objetiva a análise da possibilidade de dar sentido à regra no ensino da operação de divisão com frações, uma vez que muitas pesquisas acadêmicas enfatizam que o ensino das operações com frações, sobretudo de divisão, é feito de modo que o aluno fique escravo de regras memorizadas sem sentido para ele, tal como a pesquisa de Vaz (2015) e Machado (2007). Essa fala também é evidenciada em livros didáticos onde apresentam apenas a regra e não explicam o porquê do uso.

Este texto tem o caráter metodológico qualitativo com ênfase na análise documental de um livro didático, este por ser um instrumento que dá suporte à prática do professor e, muitas vezes, torna-se o guia principal de ensino. Para Gerhardt e Silveira (2009) a pesquisa documental é aquela que ocorre a partir de documentos, contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos. O trabalho tem a contribuição de alguns educadores matemáticos, como Silveira (2015), Machado (1990), as pesquisam versam sobre linguagem matemática, o uso de regras, assim como do filósofo da linguagem e da matemática, Ludwig Wittgenstein, pois discute sobre seguir regras.

No primeiro momento, explicamos o funcionamento da linguagem matemática, quais aspectos podem interferir no ensino e na aprendizagem em sala de aula, no segundo momento, há uma explanação de Seguir em Regras na concepção do filósofo da matemática Ludwig Wittgenstein, posteriormente, buscamos dar o sentido da regra da operação de divisão com fração.

2. LINGUAGEM MATEMÁTICA

A Matemática tem uma simbologia própria que dificulta o aprendizado do aluno em um primeiro contato. Este ao se deparar com o vocabulário matemático possivelmente terá dificuldade de compreensão, uma vez que esta linguagem tem uma escrita codificada e pode-se dizer muito com poucos símbolos. De acordo com Silveira (2008, p. 5) "ensinar o aluno a ler um texto escrito nessa linguagem é como ensinar uma língua estrangeira". Para que o aluno tenha acesso a essa linguagem é necessário traduzir para uma linguagem acessível, isto é, para a linguagem natural do aluno. Silveira (2009, p. 3) afirma que a "tradução da linguagem matemática para linguagem natural exige a compreensão dos símbolos matemáticos que estão inseridos no texto."

Assim, quando o aluno se depara com as seguintes situações: $A \cap B = x \in A e x \in B$traduzindo para a linguagem natural: Sejam A e B conjuntos. A interseção dos conjuntos A e B é denotado por $A \cap B$e significa que o elemento x é comum aos dois conjuntos; $\frac{dS}{dt} = v(t)$é a taxa de variação da função espaço, derivando a função determina-se a velocidade num instante t.

Quando Silveira (2015) diz que na tradução é importante a compreensão dos símbolos, Wittgenstein (IF, § 432) corrobora no sentido de que "todo signo sozinho parece morto. O que lhe dá vida? No uso, ele vive." Os sentidos atribuídos a uma expressão linguística ou palavra, bem como com sua lógica de funcionamento ou técnicas de uso dependem do contexto no qual estão envolvidos, isto é, dos hábitos e costumes que temos ou empregamos, não em relação figurativa em meios às proposições e fatos (SILVEIRA, MEIRA e SILVA, 2014).

A linguagem natural pode interferir na comunicação da linguagem matemática, pois a primeira é polissêmica, logo possui significados diferentes de acordo com o contexto que a palavra esteja inserida e pode não corresponder ao significado apropriado na linguagem matemática, esta caracterizada como monossêmica.

A palavra raio no cotidiano é a descarga elétrica entre nuvens e/ou entre a nuvem e o solo. Ou se refere ao raio da bicicleta que é a barra que liga o cubo ao aro da roda, temos que esse significado se assemelha ao da geometria analítica, onde o raio é a distância do centro a um ponto qualquer da circunferência. Na aula de Língua Portuguesa, a frase: José fez o caminho oposto de João, ao trocar a palavra oposto por inverso, a frase não muda de sentido. Porém, na Matemática as palavras oposto e inverso têm significados distintos, por exemplo, -2 é o oposto de 2 e $\frac{1}{2}$é o inverso de 2.

Vejamos outro exemplo: *João tem 6 maçãs e José, 10 maçãs. Quantas maçãs José tem a mais que João?* O termo "a mais" induz o aluno a trabalhar com a operação de adição, no entanto, o termo é um dos significados da operação de subtração, quando associamos à ideia de comparação. Logo, José tem 4 maçãs a mais que João.

A linguagem matemática quando escrita simbolicamente, pode mostrar significados diferentes dependendo do contexto matemático. Em uma aula sobre intervalo numérico aberto, a nomenclatura (2,5) informa que o conjunto numérico não contém seus próprios extremos. Se tivermos em uma aula sobre função, a nomenclatura (2,5) significa um par ordenado, o qual determina um ponto no plano cartesiano.

Silveira (2015) explicita ainda que o ensino de matemática com ênfase na linguagem propicia a comunicação entre aluno e professor; nesse sentido, é preciso que a linguagem do professor esclareça os significados dos símbolos matemáticos, bem como as regras que governam os textos matemáticos.

Em um texto matemático escrito em linguagem natural, a seguinte assertiva: "Multiplique as sentenças matemáticas a seguir", a palavra *multiplique* subentende o conceito da operação de multiplicação, conceito este que obedece a regras e informa ao aluno, sem que este precise interpretar, qual a regra deve ser utilizada e, diferente de um enunciado em que o aluno precisa interpretar o que está subentendido e qual a operação executar para responder o que está sendo solicitado, por exemplo: "Quantas maças José tem *a mais* que João?"

3. SEGUIR REGRAS EM WITTGENSTEIN

A palavra regra, pela acepção jurídica, é a célula do ordenamento jurídico. É um imperativo de conduta que coage os sujeitos a se comportarem da forma por ela esperada e desejada. No dicionário da Língua Portuguesa é uma norma, lei, princípio, ordem prescritiva.

Qualquer pessoa pode criar uma regra para orientar uma determina ação, porém essa prescrição não é fácil de torná-la uma prescrição, uma vez que é necessário que ela seja validade por todos os membros de uma comunidade e que estes a sigam como regra. Para então, fazer parte do jogo de linguagem e fundamentar seu uso habitual.

A este respeito Silva esclarece que:

> Se as regras pudessem reconduzir-se ao facto do acordo comunitário, esta autonomia seria totalmente posta em causa: correcto seria aquilo com o que a maioria concorda. O que se passa é exactamente o inverso, porque seguir a regra é um modo de mostrar que estamos de acordo com os outros e só aprendemos o que significa acordo aprendendo a seguir regras. (SILVA, 2010, p. 72)

As regras estão incutidas em nossas vidas: ceder o seu lugar em transporte público para PcD (Pessoa com Deficiência), atravessar na faixa de pedestre, não fumar dentro de hospitais, fazer silêncio em bibliotecas, entre outros exemplos. As ações do sujeito devem estar de acordo com o contexto social, uma vez que as regras informam as ações esperadas. No entanto, quando não se obedecem às regras há consequências. Caso não ceda o lugar ou fume dentro de um ambiente hospitalar, o sujeito será enquadrado em lei específica e pode ter que pagar multa. Se fizer barulhos que cause mal estar em biblioteca, possivelmente, o indivíduo será advertido, podendo até ser expulso.

Para Wittgenstein, seguir uma regra é análogo a seguir uma ordem. "O ato de fazer uma comunicação, dar uma ordem, jogar uma partida de xadrez são hábitos, costumes, instituições" (IF, § 199).

As regras desempenham um papel crucial na filosofia de Wittgenstein, por conta de duas firmes convicções: em primeiro lugar, a linguagem é uma atividade guiada por regras e, em segundo, o caráter apriorístico da lógica, da matemática e da filosofia provém dessas regras. (GLOCK, 1998, p. 312)

Wittgenstein (1996) diz que para o indivíduo estar seguindo uma regra e verificar se sua aplicação está correta ou não, são necessários critérios públicos de correção, pois é no uso, é na prática que a regra ganha sentido. Não se pode seguir regra privadamente, porque numa situação de privacidade não pode haver prática e não seria possível compreender uma regra que nunca tivesse sido seguida, como também poderia ser o caso de que uma única pessoa seguisse uma regra uma única vez. (ARRUDA JÚNIOR, 2017)

No contexto da sala de aula, as regras matemáticas possuem regras próprias, para o aluno interpretar a regra é necessário que esteja de acordo com a lógica matemática e não com a sua própria lógica. Por este motivo, o professor que ensina matemática deve pautar-se a partir do diálogo, ouvir o aluno, dar oportunidades para que ele verbalize. Momento este que o professor poderá saber se o aluno está compreendendo o conceito ou não.

O aluno convidado a ir ao quadro resolver exercícios ou a turma analisar se a aplicação da regra está correta ou não ou quando o professor acompanha a resolução de lista de exercícios no caderno do aluno, são exemplos que o professor terá a oportunidade de perceber se a explicação está sendo coerente, se a linguagem utilizada é adequada para o nível da turma. Para Silveira (2015, p. 158) "o professor precisa conhecer como o aluno lida com as regras matemáticas quando cria a sua demonstração e para que, por meio do diálogo, professor e aluno participem do mesmo universo discursivo."

Wittgenstein, em sua obra *Investigações Filosófica*, baseia-se em jogos de linguagem, que são diversas práticas sociais a qual a linguagem esteja inserida e dá-nos alguns exemplos:

> Comandar, e agir sobre comandos;
>
> Descrever um objeto conforme a aparência ou conforme medidas;
>
> Produzir um objeto segundo uma descrição (desenho);
>
> Relatar em acontecimento;
>
> Conjeturar sobre o acontecimento;
>
> Expor uma hipótese e prová-la;
>
> Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas;
>
> Inventar uma história, ler;
>
> Representar teatro;
>
> Cantar uma cantiga de roda;
>
> Resolver enigmas;
>
> Fazer uma anedota, contar;
>
> Resolver um exemplo de cálculo aplicado;
>
> Traduzir de uma língua para outra;
>
> Pedir, agradecer, maldizer, saudar, orar. (WITTGENSTEIN, 1996, p. 35-36)

A partir do conceito de jogos de linguagem, é importante que o professor crie condições propicias para que ele e o alunado possam participar do mesmo universo discursivo, como bem pontua Silveira, para que o entendimento das regras do texto matemático, seja em linguagem natural ou linguagem matemática, façam sentido ao alunado.

4. O SENTIDO DA REGRA

Os livros didáticos de matemática são muitos utilizados pelos professores no planejamento e execução de suas aulas. Assim tornam-se, muitas vezes, reféns desse material pedagógico, sobretudo quando não têm domínio do conteúdo matemático.

Para Lajolo

> [...] em sociedades como a brasileira, livros didáticos [...] são centrais na produção, circulação e apropriação de conhecimento, sobretudo dos conhecimentos por cuja difusão a escola é responsável. Dentre a variedade de livros didáticos, todos podem ter - e efetivamente têm – papel importante na escola. (LAJOLO, 1996, p. 4)

De acordo com a compreensão de Lima:

> [...] o livro didático é uma ferramenta didático-pedagógica e que muitas vezes, o capítulo do livro se transforma, literalmente, na aula do professor porque ele reproduz a organização dos conteúdos, a linguagem utilizada e a sequência de exercícios. Se o aluno faz, por exemplo, um questionamento sobre um determinado conceito, a resposta é eminente: "Está no livro" ou "Você não leu no livro?" (LIMA, 2014, p. 163)

Em$x \in \mathbb{R}$tal que $3 < x < 8$, temos que o intervalo numérico, no contexto dos números reais, que satisfaz o conjunto x é (4, 5, 6, 7). A escrita da matemática dá-se também por meio de símbolos, signos gráficos, equações e o aluno sozinho não consegue dar significado a essa linguagem, quando possível, é um significado inadequado, não está de acordo com a lógica matemática. E o conhecimento desse significado é imprescindível para a compreensão do conceito matemático, logo para a compreensão das regras matemáticas. Para tanto, Silveira (2005, p. 72), afirma que para Wittgenstein, "a intuição não caminha com o material morto da escrita". A exemplo: O professor escreve na lousa os símbolos da matemática, isso não garante a significação quando o aluno ler sozinho, pois o símbolo não tem vida e o estudante precisa de auxílio para compreender a simbologia matemática.

Logo, o professor tem papel importante em sala de aula para dar significado aos símbolos matemáticos, bem como dar sentido às regras para que, aplicação de regra no ensino de matemática, não recaia na falácia de: regras mecanizadas, memorização de regras, por exemplo. Pois, de acordo com Silveira (2015), o processo de aplicação de regras não é mecânico, o aluno interpreta a regra, projeta sentidos e compreende. Para Wittgenstein (IF, § 150) "compreender é dominar uma técnica, é uma habilidade.

Meira em sua pesquisa evidencia que

> os alunos aplicam as regras dos algoritmos e processos de resolução sem se darem conta de que não a compreenderam, apenas, reproduzem mecanicamente, porém, isso não significa que a compreensão seja algo mecânico. (MEIRA, 2012, p. 44)

A este respeito Machado (1990) adverte que na aprendizagem de qualquer assunto seria necessária uma abordagem inicial, limitada ao âmbito da técnica operatória, as regras precisam ser bem conhecidas antes de se poder pensar em agir ou jogar. No caso do processo de produção do conhecimento matemática, a técnica alimenta o significado que alimenta a técnica e assim sucessivamente.

Vemos a importância do uso de regras, levando em consideração que a regra tenha sentido ao aluno. Neste sentido, para Wittgenstein (IF, § 199) "compreender uma frase significa compreender uma linguagem. Compreender uma linguagem significa dominar uma técnica", tal como: para jogar xadrez é necessário aprender regras, é importante saber o uso de cada peça. Caso o jogador se utilize de outras regras, não está jogando xadrez.

Entendemos, que nas aulas de matemática, mesmo o professor seja refém do livro didático, é importante que ele explique as regras matemáticas, na perspectiva de dar o sentido aos alunos, para que a compreensão do conceito seja efetivada.

No entanto, é importante que ressaltar que o conjunto que estamos operando é dos números racionais ($\mathbb{Q}$) e que a operação de divisão não segue as mesmas regras usuais da divisão com números naturais ($\mathbb{N}$), cada um desses conjuntos tem um processo de operação próprio.

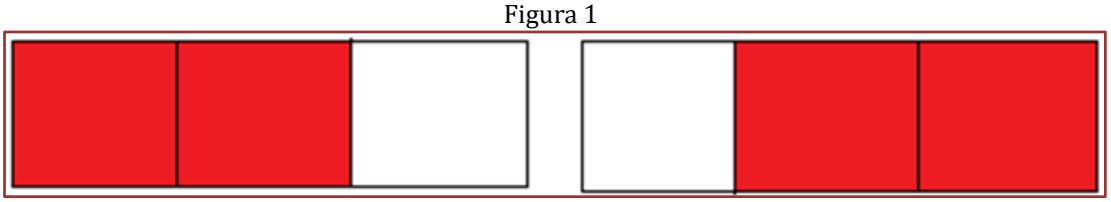
Vejamos como podemos dar sentido para a divisão de uma fração por um número inteiro. Nos exemplos, a seguir, utilizamos a ideia da operação de divisão dos naturais, a ideia de medida (quanto cabe), para então começarmos a operar a divisão nos racionais.

1) Quantas vezes $\frac{2}{3}$cabem em 2 unidades?

Vamos realizar esta divisão com auxílio da representação de figuras planas:

Considere os retângulos como inteiros (unidades) e cada par de quadrados pintado de vermelho representa $\frac{2}{3}$da unidade que é mesmo que caber uma vez.

Figura 1



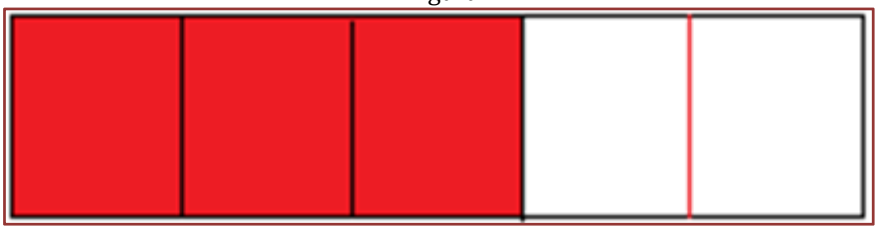
Fonte: Autores

Assim, temos que os $\frac{2}{3}$cabem 3 vezes nas duas unidades, logo $2:\frac{2}{3} = 3$.

2) Quantas vezes $\frac{3}{5}$cabem na unidade?

A parte hachurada no retângulo representa que $\frac{3}{5}$(retângulos vermelhos) cabe uma vez na unidade, porém sobra$\frac{2}{5}$do total. Que parte da vez são esses $\frac{2}{5}$representam? Ora, eles representam 2 dos 3 pedaços que formam a unidade.

Figura 2



Fonte: Autores

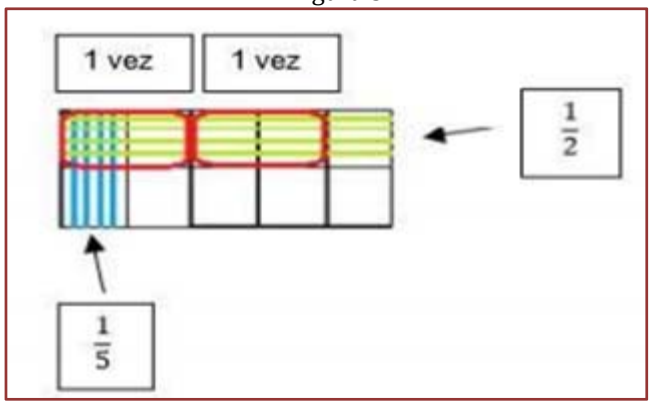
Desta forma, $1:\frac{3}{5} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

O terceiro exemplo traz a divisão de fração por fração, a seguir teremos uma explicação para a regra clássica "conserva a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda fração" comumente encontrado em livros didáticos, tal como no Caderno do Futuro (Matemática – 6º ano).

3) Quantos $\frac{1}{5}$cabem em $\frac{1}{2}$ de unidade? O procedimento operatório usual indicado no livro didático é: $\frac{1}{2}.\frac{1}{5} = \frac{1}{2}.\frac{5}{1} = \frac{5}{2}$(*).

Pela representação geométrica, temos a seguinte explicação.

Figura 3



Fonte: Autores

O $\frac{1}{5}$da unidade é representado por dois quadrados;

O $\frac{1}{2}$da unidade é representado por cinco quadrados.

É necessários verificar quantas vezes $\frac{1}{5}$cabe em $\frac{1}{2}$. Podemos observar que $\frac{1}{5}$cabe duas vezes e meia. Ou seja,

$$\frac{1}{2}:\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

A partir de mais explicações envolvendo a operação de divisão, o professor pode mostrar a justificava da regra clássica, tal como:

$$\frac{1}{2}:\frac{1}{5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{2}x\frac{5}{1}}{\frac{1}{5}x\frac{5}{1}} = \frac{\frac{1}{2}x\frac{5}{1}}{1} = \frac{1}{2}x\frac{5}{1} = \frac{5}{2}$$

Esta justificativa, denomina também de demonstração. De acordo com Silveira (2015) o algoritmo precisa ser demostrado para que o aluno perceba o caminho de sua abreviação (*), pois a demonstração de um cálculo é uma técnica que mostra como se procede de acordo com a regra.

Assim, nota-se que o professor ao ensinar desta maneira leva o aluno a compreender o sentido da regra, portanto, após resolver mais exemplos sempre explicando o funcionamento da divisão de uma fração por um inteiro ou de uma fração por outra, o aluno conseguirá resolver exercícios posteriores para treinar a regra sem o auxílio de uma representação.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho objetivou elucidar o sentido ao uso da regra na operação de divisão de fração - à luz da linguagem matemática de acordo com a filosofia da linguagem de Wittgenstein - uma vez que o livro didático utilizado pelo professor nas aulas torna-se, muitas vezes, o único material auxiliar no ensino e que não traz elementos suficientes que expliquem o porquê do uso da regra, fazendo com que a regra matemática seja repassada aos alunos sem que estes compreendam o sentido, resolvem problemas de forma mecânica.

A regra clássica encontrada nos livros didáticos: "conserva a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda" não é suficiente para o aluno compreender o processo da regra e que dar suporte para resolver outros exercícios semelhantes. De acordo com Silveira (2005), Wittgenstein diz que a intuição não caminha com o material morto da escrita, pois para que a simbologia matemática tenha significado, o aluno precisa do auxílio do professor para esclarecer os símbolos e as regras implícitas nas operações.

Como afirma Silveira (2015) é no uso que a regra adquire sentido, o aluno interpreta a regra, projeta sentidos durante a sua aplicação e compreende. Machado (1990) corrobora no sentido de que as regras precisam ser bem conhecidas antes de se poder pensar em agir ou jogar. Desta forma, os autores coadunam com o filósofo Wittgenstein (1996), pois para ele o que constitui a regra é o uso coletivo, é na prática que ganha sentido.

Ressaltamos que este trabalho pode favorecer aos professores regentes e/ou professores em formação uma melhor prática em sala de aula., sobretudo, quando o professor estabelece um jogo de linguagem com o aluno para que a regra seja compreendida.

REFERÊNCIAS

[1] Arruda Júnior, Gerson Francisco. 10 Lições sobre Wittgenstein. Petrópolis: Vozes, 2017.

[2] Danyluk, Ocsana. Alfabetização Matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, Passo Fundo: Ediupf, 1998.

[3] Glock, Hans-Johann. Dicionário Wittgenstein. Tradução de Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1998.

[4] Gerhardt, Tatiana Engel; Silveira, Denise Tolfo. Método de Pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

[5] Lajolo, Marisa. Livro Didático: um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, ano 16, n. 69, jan./mar. 1996.

[6] Lima, Iranete. O ensino de matemática e os livros didáticos para os anos iniciais do ensino fundamental em escolas do campo. Livro Didático e Educação do Campo. Belo Horizonte: Faculdade de Educação da UFMG, 2014, p. 161-175.

[7] Machado, N. J. Matemática e Língua Materna: Análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

[8] Machado, C. T. O. Concepções epistemológicas e experiências de professores de matemática sobre números fracionários: As implicações em suas práticas na 5º série do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências. Recife, 2007.

[9] Meira, Janeisi de Lima. Labirintos da compreensão de regras em matemática: um estudo a partir da regra de três. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2012.

[10] Silva, João Esteves da. Cinco Ensaios sobre Wittgenstein. Lisboa: Centro de Filosofia das Ciências da Universidade de Lisboa, 2010.

[11] Silveira, Marisa R. A.; Meira. Janeisi L.; Silva, Paulo V. Os dicionários de Wittgenstein e de Baruk: o significado linguístico no ensino e no aprendizado da matemática. Educação (Porto Alegre, impresso), v. 37, n. 3, p. 390 – 399, set-dez, 2014.

[12] Silveira, Marisa Rôsani Abreu da. Matemática, discurso e linguagens: Contribuições para a Educação Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

[13] Vaz, R. F. N.; Divisão de frações: é possível dividir sem multiplicar. In: VII Encontro Mineiro de Educação Matemática, São João Del Rey, 2015.

[14] Wittgenstein, Ludwig. Investigações Filosóficas (IF). São Paulo: Editora Nova Cultural, 1996.

Autores

AUTORES

ADRIANA OLIVEIRA DOS SANTOS SIQUEIRA

Licenciada Plena em Pedagogia pela Universidade Federal do Pará. Mestre em Educação pela Universidade Federal do Oeste do Pará. Atua como pedagoga no Instituto Federal do Pará-Campus Santarém. Professora da Educação Básica na Rede Municipal de Ensino de Santarém-PA.

AIRTON TEMISTOCLES GONÇALVES DE CASTRO

Bacharelato, mestrado e doutorado em Matemática, obtidos na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), professor do Departamento de Matemática da UFPE deste novembro de 1989, coordena o Laboratório de Ensino de Matemática da UFPE (LEMAT – DMAT), fez parte da equipe que criou o Laboratório de Ensino de Matemática do Moreno (LEMAM), além de lecionar disciplinas de Matemáticas nas graduações dos cursos de Matemática, Física, Química, Estatística e Engenharias diversas, tem atuado na formação continuada de professores do Ensino Básico e na extensão universitária, com foco na utilização de jogos matemáticos no ensino.

ALEXANDRE KRÜGER ZOCOLOTTI

Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior Anísio Teixeira, Mestre em Ensino de Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais e Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) - Campus Vitória, onde atua em turmas do Ensino Médio e da Licenciatura em Matemática, além de exercer a função de Coordenador Institucional do programa de Residência Pedagógica e de ser Membro Titular do Comitê de Ética em Pesquisa do Ifes.

ALINE WALTER RECULIANO FAGUNDES

Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Rondônia, Campus Cacoal. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática.

AMANDA SIEGLOCH

Graduando em Agronomia na Universidade Federal do Amazonas – UFAM.

ANA CAROLINA VILA DO AMARAL

Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina. Em 2019, iniciou o mestrado do PROFMAT e ao mesmo tempo desenvolve diversas atividades na universidade.

APARECIDA CLAUDILENE DA COSTA SOUZA

Docente da rede pública Estadual e Municipal da cidade de Denise - MT, Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT (2003) e Educação Física pela Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT (2007), Especialista em Modelagem Matemática em Ensino-aprendizagem, pela Universidade de Cuiabá - UNIC, Mestranda no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECM-UNEMAT – Campus de Barra do Bugres - MT.

BIATRIZ GOMIS NOGUEIRA NETA

Graduanda em Ciências: Matemática e Física na Universidade Federal do Amazonas - UFAM.

AUTORES

BRUNA FERREIRA LEITE DE PINHO

Licenciatura IME/UERJ. Professora da Educação Básica. Professora de Cursos preparatórios para carreiras militares.

CAROLINA SOARES BUENO

Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Paraná (2015). Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina (2013). Professora Colaboradora na Universidade do Estado de Santa Catarina (2017). Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado de Santa Catarina (2019).

CICERO DA SILVA PEREIRA

Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (1997). Especialista em Ensino de Matemática Básica e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba. Professor e pesquisador no Curso Superior de Licenciatura em Matemática e no Ensino Técnico Integrado de nível médio. Têm experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Ensino e Aprendizagem de Matemática.

CLAUDEMIR MIRANDA BARBOZA

Graduação em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (2001), especialização em Educação Matemática pela FASP, Pimenta Bueno e Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (2013). Atualmente é professor - Instituo Federal de Rondônia, professor titular do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Rondônia e professor de matemática - Instituo Federal de Rondônia. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Álgebra, atuando principalmente nos seguintes temas: educação, educação matemática, matemática, ensino da matemática e modelagem matemática.

CLAUDIA ALESSANDRA COSTA DE ARAUJO LORENZONI

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo, mestre em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, com dissertação sobre história da definição de ângulo, e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo, com tese sobre saberes da cestaria guarani e possíveis relações com a matemática escolar. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática. Atualmente, é professora do Instituto Federal do Espírito Santo, onde dá andamento a suas pesquisas, principalmente com temas em História da Matemática, Etnomatemática e contextos indígenas. É líder do Grupo de Pesquisas em História da Matemática e Saberes Tradicionais – GHMat.

CLÁUDIA LANDIN NEGREIROS

Graduada em Letras Português-Inglês pela Universidade Federal de Uberlândia - UFU (1987), graduação em Design de Interiores pela Universidade Federal de Uberlândia - UFU (1988) e mestrado em Estudos de Linguagem pela Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT (2008). Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS (2013). Atualmente é professora Adjunta III da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT). Tem experiência na área de Língua Portuguesa, atuando principalmente nos seguintes temas: linguagem, educação, discurso e formação de professores. Coordenadora do Curso de Licenciatura em Letras Português-Inglês - UAB-DEAD-UNEMAT. Docente do Mestrado profissional em Letras - ProfLetras - UNEMAT - Campus de Sinop. Docente do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática - PPGECM - UNEMAT - Campus de Barra do Bugres. Docente do Curso de Licenciatura em Matemática - UNEMAT - Campus de Barra do Bugres.

AUTORES

CLEISIMEYRE DE SOUZA VIEIRA

Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (UNIR), Campus de Ji-Paraná.

CRISTIANE OLIVEIRA DE FARIA

Professora Adjunta do Departamento de Análise Matemática do Instituto de Matemática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (IME - UERJ) Coordenadora Geral do Programa de Pós Graduação em Ciências Computacionais do PPG-Ccomp. (IME - UERJ) Doutorado em Modelagem Computacional pelo Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC - MCTI) Pós-Doutorado pelo Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC - MCTI).

DÁFFNY LORRANY RODRIGUES DOS SANTOS

Estudante do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Trabalhou durante 18 meses no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

DANIANA DE COSTA

Licenciada em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR (2008) e em Pedagogia pelo Centro Universitário Internacional - UNINTER (2018). Especialista em Matemática e Física pela Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas/Celer Faculdades-SC (2009) e em Educação Matemática: Dimensões Teórico Metodológicas pela Universidade Estadual de Ponta Grossa-PR - UEPG (2013). É mestre em Desenvolvimento Regional (Linha de Pesquisa Educação e Desenvolvimento) pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR (2017). Atua como professora de matemática no Ensino Fundamental II na rede municipal de São Lourenço do Oeste - SC. Doutoranda em Educação (Linha de Pesquisa Educação Ciências e Matemática) na Universidade Federal de São Carlos.

DANIEL ALVES DE OLIVEIRA SILVA

Graduando em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Já atuou 18 meses como bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e trabalhou como monitor da disciplina de Matemática Básica III no período 2019.2. Foi contemplado na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) com duas menções honrosas uma medalha de bronze.

DÉBORA BEZERRA LINHARES LIBÓRIO

Graduação em Licenciatura Em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (2000), mestrado em Ciências da Computação e Matemática Computacional pela Universidade de São Paulo (2003) e Doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP (2016). Atualmente é professor associado da Universidade Metodista de São Paulo, coordenadora regional de vários projetos da OBMEP e editora de material didático de matemática no Sistema de Ensino JPiaget. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Análise Numérica, atuando principalmente nos seguintes temas: olimpíada de matemática, ensino de matemática, matemática básica, resolução de problemas e materiais didáticos.

DEIVE BARBOSA ALVES

Professor do colegiado de Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus Araguaína. Graduado em licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (2005), mestrado em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia (2012) e doutorado na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática pela mesma Universidade (2017).

AUTORES

DIEGO DUTRA ZONTINI

Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (2008), mestrado em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Paraná (2011) e doutorado em Matemática Aplicada pela mesma universidade (2014). Professor do Instituto Federal do Paraná - IFPR campus Irati desde 2012, atuando em cursos técnicos, superiores e pós-graduação. Áreas de interesse na pesquisa: Análise numérica; Otimização; Ensino de Matemática.

DOUGLAS WILLIAN NOGUEIRA DE SOUZA

Mestre em Ensino de Ciências e Humanidades pela Universidade Federal do Amazonas - UFAM (2018) na linha de pesquisa "Fundamentos e Metodologias para o Ensino das Ciências Naturais e Matemática". Possui graduação em Ciências: Matemática e Física pela Universidade Federal do Amazonas (2016). Foi professor do Instituto de Educação Agricultura e Ambiente - IEAA, da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, campus Humaitá-AM. Atualmente, é membro do Núcleo de Inclusão e Acessibilidade - Espaço Universitário de Apoio a Estudantes e Servidores com Deficiência (EU APOIO), do IEAA/Humaitá e professor de matemática vinculado a SEDUC-AM e na Faculdade Sapiens em Porto Velho - Ro, no núcleo de Engenharias. É conselheiro Editoral da revista, "Sustentabilidade Organizacional - Periódico Eletrônico da Faculdade do Porto". Tem experiência como professor na Pós-Graduação em Psicopedagogia na Faculdade Sapiens, além de orientar pesquisas e projetos nas áreas de Ensino de Ciências, Ensino de Matemática, Didática da Matemática, Educação Estatística e Educação Especial. Atua, principalmente, nas áreas: Didática da Matemática, Educação Estatística e Educação Especial.

ELIZIANE ROCHA CASTRO

Licenciada em Matemática (UEMA) e Pedagogia (FSF). Mestra e Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (PPGE/UECE). Integrante do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (UECE) e do Grupo de Pesquisa Educação Matemática, Ciências e Produção de Saberes (UFMA). Coordenadora do Núcleo de Formação Continuada da Secretaria Municipal de Educação de Raposa/MA.

ELVIRA CARMEN FARIAS AGRA LEITE

Graduada em Bacharelado em Ciência da Computação pela Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Bacharelado em Direito pela Universidade Estadual da Paraíba - UEPB.

EMANUEL GOMES LOURENÇO

Graduação em Licenciatura em matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2008) e Mestrado em Matemática pela UFERSA (2013). Atualmente é professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.

ÉMERSON LAURO

Graduação em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (2006). Atualmente é PROFESSOR do Representação Ji-Paraná da Secretaria de Educação do Estado de Rondônia. Tem experiência na área de Matemática.

FERNANDO ARAÚJO DE FRANÇA

Estudante de graduação do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, e bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)- Núcleo de Araguaína-TO.

AUTORES

FLAVIA GOMES SILVA DO NASCIMENTO

Graduação em Pedagogia pela Universidade de Pernambuco (2010). Especialização em Gestão Pública Municipal pela UFRPE (2012), Professora efetiva da Prefeitura. Municipal de Moreno desde 1992. Atualmente Diretora da Escola Municipal Otoniel Lopes . Tem experiência na área de Educação, no Ensino Fundamental. Cursos de formações na área de Educação Matemática. Participa do grup de Pesquisa Grandezas e Medidas UFPE.

FRANCISCO JEOVANE DO NASCIMENTO

Licenciado em Matemática (UEVA/CE). Especialista em Ensino de Matemática (UNOESTE). Mestre e Doutorando em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professor da rede estadual de ensino do Ceará (SEDUC/CE). Pesquisador, integrante do grupo de pesquisa Docência no Ensino Superior e na Educação Básica (GDESB/UECE).

FRANCISCO ROBERTO PINTO MATTOS

Professor Adjunto UERJ. Docente PROFMAT UERJ. Diretor de Pós-Graduação do Colégio Pedro II. Professor titular do Colégio Pedro II. Coordenador do Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básicas do Colégio Pedro II. Doutorado COPPE/UFRJ

GABRIEL LINHARES DE SOUSA

Graduando em Pedagogia pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Membro do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES/UECE). Atualmente é Bolsista de Iniciação Científica do CNPq. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática.

GABRIEL MACICIESKI

Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina (Udesc).

GILBERTO DE MELLO GUERRA JUNIOR

Egresso dos cursos de Geofísica e Ciências Moleculares da USP e com formação em Licenciatura em Matemática pelo Ifes, é pesquisador do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem) no Ifes, vinculado ao GEPAPe (USP) e tem focado suas pesquisas em Educação Matemática na Perspectiva Histórico-Cultural. Além do grupo de pesquisas, tem atuado em diversos projetos, integrando à Matemática outras áreas de conhecimento.

GILDEMBERG DA CUNHA SILVA

Professor de Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO). Doutorando em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso (UFMT). Mestre em Engenharia de Produção e Sistema pela Universidade Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS - RS) com especialização em gestão Educacional (IESP) e Matemática Pura (UFPB/IMPA).

GUILHERME TAVARES DE SOUSA

Graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Bolsista do Programa institucional de Bolsas e iniciação à Docência (PIBID) por 1 ano e 6 meses. Foi monitor da disciplina Matemática básica I no período de 2017.2.

AUTORES

HELENICE LOPES BARBOSA

Graduação em Matemática (Licenciatura Plena) pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (1997), Graduação em Matemática (Bacharelado) pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (1999), Especialização em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2008), Mestrado em Matemática Aplicada e Estatística pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2009). Atualmente, é professora efetiva do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, lotada no campus de Educação a Distância (EAD), atuando também, como coordenadora no curso de especialização Lato Sensu, na modalidade a distância, da Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio (ESPEM).

HUGO SILVA CHACON

Graduado em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN); Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). Tem experiência no Ensino de Matemática em escolas públicas.

JANICE MARIA CALESTINI

Graduação em Análise de Sistemas pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (1983) e graduação em Programa Especial de Formação Pedagógica de Docentes - Matemática - Claretiano Centro Universitário (2006). Atualmente é professor de educação básica - Secretaria de Estadual de Educação de S.Paulo. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Professora para E F e E Médio. Nos anos de 2018 e 2019 exerceu a função de professora de Matemática no curso oferecido pela OBMEP no programa Obmep na Escola.

JOÃO PAULO SOUZA SILVA MACEDO

Graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Bolsista do Programa de Bolsas de Iniciação à Docência 2017-2019. Monitor das disciplinas de Geometria Analítica I e Matemática Básica II nos semestres 2018.1 e 2019.2, respectivamente.

LÉIA FERREIRA SAMPAIO

Professora de Matemática da Rede Estadual de Ensino do estado de Rondônia. Possui Pós-graduação “Lato Senso” em Interdisciplinaridade – Área da educação. Universidade cidade de São Paulo e Professora na Escola Bernardo Guimarães

LUCAS PEREIRA DE ARAÚJO

Estudante de graduação do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, e bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)- Núcleo de Araguaína-TO.

LUCCA JEVEAUX OLIVEIRA BONATTO

Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) - campus Vitória, ex-monitor de Matemática do Ifes e ex-bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid). Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Participante do Projeto de Pesquisa "Pitágoras: em (e além do) teorema". Participante da rede de pesquisa e desenvolvimento em Educação Matemática Sigma-t.

AUTORES

LUCIANA RODRIGUES LEITE

Professora Assistente da Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA. Mestra e Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (PPGE/UECE). Licenciada em Química pela Faculdade de Educação de Crateús (FAEC/UECE). Pesquisadora, compondo o Grupo de Pesquisa Educação e Ciências da Natureza (UECE), desenvolvendo investigações na área de Ensino de Química.

LUCIANA SANTOS DA SILVA MARTINO

Professora Titular do Departamento de Matemática do Colégio Pedro II
Coordenadora do Grupo de Pesquisa em Matemática para o Ensino Médio - GPMatEM
Doutorado em Modelagem Computacional pelo Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC - MCTI)
Pós-Doutoranda pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da UFRJ.

LUÍS HAVELANGE SOARES

Doutorado em Educação na UFPB, graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (1995) e especialização no Ensino de Matemática. É Mestre em Ciência da Sociedade pela UEPB e Mestre em Educação pela UFPB. Atualmente é professor titular do Instituto Federal de Educação da Paraíba, no Campus de Campina Grande. Foi Professor Substituto da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) durante quatro anos onde lecionou em disciplinas do curso de Licenciatura Plena em Matemática. Desenvolve projetos de pesquisa relacionados a Epistemologia do conhecimento matemático. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase no ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação matemática e Aprendizagem matemática tanto no Ensino Básico como no Ensino Superior.

LUIZA PINHEIRO COSSETTI

Estudante do Ensino Técnico em Mecânica Integrado ao Ensino Médio no Instituto Federal do Espiríto Santo. Começou a participar de projetos extracurriculares como a Semana da Matemática em 2017, quando entrou na instituição. Desde então, teve a oportunidade de, conjuntamente com seus colegas e professora orientadora, se aprofundar em pesquisas de diversos setores da matemática ao desenvolver do projeto nos últimos anos.

MAICON SERRÃO GAVINO

Graduando em Engenharia de Controle e Automação pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFRO), Campus Calama - Porto Velho. Possuo graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (UNIR), Campus de Ji-Paraná. Sou Ex bolsista de Iniciação a Docência (PIBID) , Ex bolsista de Iniciação Científica (PIBIC) no projeto intitulado "Formação Inicial de Professores de Matemática na Região Norte do Brasil: Tratamento dado à Etnomatemática e aos Saberes Tradicionais de Povos Amazônicos em projetos pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática da região norte do Brasil" e Ex bolsista do programa Residência Pedagógica, integrante do Grupo Rondoniense de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - GROEPEM e membro do Grupo de Pesquisa em Modelos Estatísticos, Matemáticos e Fuzzy (MEMF).

MAIKON LUIZ MIRKOSKI

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional pela UEPG/PROFMAT (2016-2018) e Especialização em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática pelo IFPR (2017-2018), com graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (2012-2015). Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em ensino e aprendizagem de probabilidade. Atualmente tem interesse no estudo de aplicações dos números e polinômios de Bernoulli, bem como em generalizações dos mesmos.

AUTORES

MARCEL DE ALMEIDA BARBOSA

Professor de Matemática da Prefeitura Municipal de Afuá. Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Pará. Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática e Física pelo Centro Universitário Internacional. Mestrando pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM / UFPA). Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Linguagem Matemática. (GELIM / IEMCI / UFPA).

MARISA ROSÂNI ABREU DA SILVEIRA

Professora da Universidade Federal do Pará. Atua na Licenciatura Integrada em Educação em Ciências, Matemática e Linguagens e no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Linguagem Matemática. (GELIM / IEMCI / UFPA). Graduada em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Mestre e Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, com estágio doutoral na Université Paris 7 e estágio pós-doutoral no Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences et des Techniques da Université Paris 1 (Sobornne).

MARTA FERREIRA MARCELO

Docente da rede pública Estadual da cidade de Barra do Bugres - MT Mestranda do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECM – Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT – Campus de Barra do Bugres –MT.

MAYARA CRISTINA PEREIRA YAMANOE

Doutora em Tecnologia e Sociedade pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR Campus Curitiba), Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Sociedade - PPGTE na Linha Tecnologia e Trabalho. Mestre em Educação pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE - Campus Cascavel), graduou-se em Pedagogia pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR/FECILCAM Campus Campo Mourão). Integra o Observatório Paranaense de Tecnologias de Informação e Comunicação e Sociedade - OPTICS (UTFPR - FB) e faz parte do Grupo de Estudos e Pesquisas em Trabalho, Educação e Tecnologia - GETET (UTFPR - CT). É professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Campus Francisco Beltrão.

MAYCON BRENDO RODRIGUES MOURA

Estudante de graduação do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, e bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)- Núcleo de Araguaína-TO.

NÍCOLAS MARTINS DE MENEZES

Estudante do Instituto Federal do Espírito Santo - Campus Vitória. Ingressou na instituição em 2017 e sempre participou de olimpíadas escolares e da Semana de Matemática, projeto no qual, em conjunto com seu grupo, apresentou pesquisas e trabalhos a cada ano. Está na iminência de se formar no Curso Técnico em Mecânica integrado ao Ensino Médio.

AUTORES

PATRÍCIA SILVÉRIO DA SILVA CELEDONIO

Educadora da Rede Estadual de Ensino do Estado do Tocantins, atuante na Escola Estadual Marechal Rondon, nas áreas de Matemática , Física e Química, desde janeiro de 2009 até a presente data. Especialista em Educação com Ênfase em Matemática pela Faculdade de Tecnologia Equipe Darwin-Faceted. Especialista em Educação Matemática pela Universidade Federal do Tocantins- UFT. Tem experiência na área de Matemática, com Ênfase em Educação Matemática. Supervisora do Projeto PIBID de Maio 2014 à Maio de 2018. Preceptora do Programa Residência Pedagógica - CAPES de Agosto de 2018 a Dezembro de 2019. Atualmente Mestranda do curso de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática- PPGecim da Universidade Federal do Tocantins- UFT, Câmpus de Araguaína- TO.

PAULO MALICKA MUSIAU

Graduação em Matemática pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Mandaguari (1999) , Mestrado Nacional Profissional no Ensino de Física pela Universidade Federal de Rondônia (2015), Especialização em Docência do Ensino Superior pela UCAM (2003) e Especialização em Educação Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (2005). Foi professor emergencial na Escola Estadual do município de Rio Branco do Ivaí-PR com as disciplinas de matemática e ciências no ano de(1999). Trabalhou como professor substituto nas disciplinas de matemática, física e química na Escola Estadual do município de Rosário do Ivaí- PR no ano de (2000). Foi professor concursado 40 horas na Escola Estadual do Município de Monte Negro- RO, com as disciplinas de ciências e matemática entre (2001-2006). Professor Concursado 20 horas na área de matemática pela rede municipal de Monte Negro- RO, entre (2001-2006). Foi professor no cursinho pré-vestibular Darwin no município de Ji-Paraná, na área de Física no período de (2009-20013). Foi professor emergencial pela rede estadual na Escola Estadual Júlio Guerra com a disciplina de matemática no período de (2012-2014). Foi professor de matemática e física na Escola Estadual Julio Guerra (2007-2015). Foi Professor na área de matemática na Escola Família Agrícola de Ji-Paraná-RO de (2009-2016); atualmente é professor concursado pela rede estadual na Escola Alejandro Yague Mayor, município de Ji-Paraná-RO, com a disciplina de matemática . Tem experiência na área de Física, nos seguintes temas: física moderna, experimentos e ensino-aprendizagem, ensino de física e experimentos, ensino- aprendizagem e redes sociais e ensino-aprendizagem e jogos. Tem experiência na área de Matemática na Escola Família Agrícola de Ji-Paraná-RO, no sistema de alternância e aulas de Física no cursinho pré-vestibular. Atualmente atua no Ensino Superior (UNIJIPA) no Curso de Engenharia Civil , Ambiental e Arquitetura com as disciplinas de Matemática elementar , C

PEDRO MEIRELES FREIRE

Estudante do Instituto Federal do Espírito Santo. Aluno do curso técnico em Mecânica e entusiasta por Química e Literatura nas horas vagas. Participa ativamente das Simulações Geopolíticas na escola e dirigiu uma no ano de 2019. Ingressou na instituição em 2017 e desde então participa da Semana de Matemática, na qual, juntamente com seu grupo, explora e pesquisa sobre novos temas todo ano. Teve a primeira experiência como pesquisador em um encontro sobre ensino matemático em 2019. Atualmente está prestes a se formar em seu curso técnico, pretendendo seguir carreira como pesquisador.

PEDRO THIAGO FERREIRA MARQUES

Graduando em Ciências: Matemática e Física na Universidade Federal do Amazonas - UFAM.

PEDRO TONINI ROSENBERG SCHNEIDER

Estudante do último ano do curso Técnico em Mecânica do Instituto Federal do Espírito Santo, com grande interesse específico no estudo das Ciências da Computação. Desde o primeiro ano na instituição, em 2017, tem participado das Semanas de Matemática organizadas pela mesma, juntamente com seu grupo, sobre orientação de sua professora de matemática, trabalhando temas diversos todos os anos. Além disso, teve sua primeira experiência como pesquisador no XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) no ano de 2019.

AUTORES

PRISCILA MIRANDA ENGELHARDT

Graduação em Matemática pelo Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Rondônia (2019) e graduação em Pedagogia pela Universidade Norte do Paraná (2015). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática.

RAIMUNDO LUNA NERES

Professor de Matemática da Universidade CEUMA-UNICEUMA. Professor do Mestrado em Gestão de Ensino da Educação Básica na Universidade Federal do Maranhão (UFMA) e do Doutorado em Educação em Ciências e Matemática (Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC). Líder do grupo de pesquisa Educação, Ciências e Produção de Saberes (UFMA). Pesquisador em Educação Matemática.

RENAN DE SOUZA TAVARES

Graduando em Engenharia Civil na Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR

RODOLFO CHAVES

Mestrado (1998-2000) e doutorado (2001-2004) em pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Unesp / Rio Claro, com pós-doutorado em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria - RS (PPGEMEF/UFSM) (2015-2016). Professor titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) trabalhando no curso de Licenciatura em Matemática (Limat) e no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino-Aprendizagem, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, ambientes de aprendizagem, práticas educativas investigativas, Modelagem em Educação Matemática, Educação Campesina e Etnomatemática.

RUDINEI ALVES DOS SANTOS

Cursa Doutorado Acadêmico no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PPGECEM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - REAMEC. Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará, Especialização em Fundamentos da Matemática Elementar pela Universidade Federal do Pará, Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática pela Faculdade Internacional de Curitiba e Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Foi professor de ensino superior no CEULS/ULBRA, de educação básica na SEDUC/PA e no SESI/PA. Atualmente é professor, em regime de dedicação exclusiva, no IFPA/Santarém.

SÂNYA SOUSA CARDOSO

Aluna de Graduação do Curso de Licenciatura de Matemática pela Universidade Federal do Tocantins, Câmpus Araguaína. Bolsista do Programa Residência Pedagógica por 18 meses. 22 anos.

SOPHIA CLÍSSIA ALVES CARDOSO

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina.

AUTORES

TEREZA RACHEL MAFIOLETI

Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (2008). Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia área de concentração Programação Matemática pela Universidade Federal do Paraná (2010). Em sua dissertação apresenta uma programação linear inteira mista aplicada à Engenharia Florestal. Doutora pelo Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, área de concentração Programação Matemática pela Universidade Federal do Paraná (2016). Em sua tese apresenta algoritmo probabilístico para avaliação da confiabilidade estrutural de barragens de terra. Desde 2011 é professora assistente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Francisco Beltrão. Possui experiência em ministrar disciplinas de matemática em cursos de Engenharia e Tecnologia. Antes de seu ingresso como docente no ensino superior trabalhou com programação na linguagem Cobol II e com desenhos técnicos de projetos residenciais e de móveis.

TEYLANE FRANÇA LEMOS

Aluna de Graduação do Curso de Licenciatura de Matemática pela Universidade Federal do Tocantins, Câmpus Araguaína. Bolsista do Programa Residência Pedagógica por 18 meses.

TIAGO MAGNO DE SOUZA DUTRA

Mestrando no Instituto Federal do Espírito Santo. Membro do. Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática (Gepemem), Especialista em Matemática Educacional pelo Centro de Ensino Superior Fabra – ES. Bacharel em Administração de Empresas pela Universidade Estácio de Sá, com Complementação Pedagógica pelo Centro de Ensino Superior Fabra – ES. Professor temporário da Rede Municipal de Serra – ES.

VALDILENE MARIA RODRIGUES DA SILVA

Licenciatura plena em ciências com habilitação em biologia (Faculdade de Formação de Professores da Vitória de Santo Antão – FAINTVISA – Concluído em 05/07/1994).,Licenciatura plena em matemática (Faculdade de Formação de Professores de Vitória de Santo Antão – FAINTIVISA – Concluído em 12/01/1996),Pós graduação em ensino de matemática (Faculdade Integrada de Vitória de Santo Antão, realizado no período de 01 de Março de 1997 – 14 de Fevereiro de 1998) e Mestrado Livre em Psicanálise aplicado á educação especial na Perspectiva da Educação Inclusive com ênfase na Educação infantil e séries iniciais do ensino Fundamental.
É professora aposentada do Município do Moreno, onde a mesma trabalhou por 26 anos. E neste município foi coordenadora na área de matemática da Equipe de Ensino e também foi a coordenadora/criadora do Laboratório de Ensino de Matemática do Moreno.
Atualmente leciona as disciplinas de matemática e ciências no município de Jaboatão dos Guararpes.

VANESSA PIRES SANTOS MADURO

Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará, Especialização em Educação Matemática pela Universidade Federal do Pará e Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Foi professora de ensino superior na UFOPA e IESPES, e de educação básica na SEDUC/PA. Atualmente é professora, em regime de dedicação exclusiva, no IFPA/Santarém.

VERÔNICA SOLIMAR DOS SANTOS

Cursa Doutorado Acadêmico no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - PPGECEM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - REAMEC. Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPA. Especialização em Educação Matemática pela Universidade do Estado do Pará e Mestrado Profissional em Processos Construtivos e Saneamento Urbano pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Foi professora de ensino superior na UFPA e de educação básica na SEDUC/PA. Atualmente é professora no IFPA/Santarém e no CEULS/ULBRA.

ISBN: 978-65-86127-09-6

GRL

9 786586 127096